

Grundlagen der geometrischen Optik darstellen

Im Berufsleben sowohl von Technikerinnen und Technikern stellen sich von Zeit zu Zeit Fragen aus den Bereichen Messtechnik, Sensorik, optische Geräte sowie Beleuchtung im Rahmen der Arbeitsplatzgestaltung.

Um einfache Aufgabenstellungen in diesen Bereichen bearbeiten zu können oder als kompetente Ansprechpartner für die jeweiligen Spezialisten zur Verfügung zu stehen, werden in diesem Lernmodul die Grundlagen der geometrischen Optik dargestellt.

Einleitend werden dazu im Lernbereich 1 die Eigenschaften des Lichtes beschrieben, im Lernbereich 2 die geometrische Optik erarbeitet und im Lernbereich 3 Licht als Wellenerscheinung betrachtet.

Voraussetzung für dieses Lernmodul ist eine erfolgreiche Bearbeitung des Lernmoduls 3 dieses Faches

- Schwingungs- und Wellenlehre anwenden

Alle weiteren notwendigen Informationen und Arbeitsunterlagen sind in diesem Lernmodul enthalten.

Dieses Lernmodul ist im häuslichen Studium zu erarbeiten.

Der benötigte Zeitaufwand liegt bei ca. 16 Stunden.

Zusätzlich finden in den semesterbezogenen Präsenzphasen 4 Stunden Festigung und Vertiefung fachspezifischer und fächerübergreifender Zusammenhänge statt.

LERNMODUL 4

Ziele

Ausgangssituation

Planung

Inhaltsverzeichnis

1 Eigenschaften des Lichtes	3
2 Geometrische Optik	20
2.1 Reflexion	20
2.2 Brechung	35
2.3 Abbildungen	49
3 Licht als Wellenerscheinung	74
Lösungsanhang	83

1 Eigenschaften des Lichtes

Licht ist für den Menschen eine unmittelbare Sinnesempfindung und somit ein physiologisches Phänomen. Aber auch die physikalischen Ursachen dieser Empfindung werden als Licht bezeichnet.

Die Vorstellung des Menschen über das Wesen des Lichtes hat sich über die Jahrhunderte mehrmals geändert.

Newton entwickelte 1672 eine **Teilchentheorie (Korpuskeltheorie)**, nach der Lichtquellen Lichtteilchen (Korpuskeln) aussenden, die sich mit großer Geschwindigkeit geradlinig bewegen. Diese Teilchen bewirken dann im Auge die Sinnesempfindungen des Lichtes. Mit dieser Theorie konnten die **Reflexion** und die **Brechung** des Lichtes - wenn auch die Brechung falsch - erklärt werden.

Die Erscheinungen **Interferenz** und **Beugung** konnten mit der Teilchentheorie Newtons nicht erklärt werden. Diese Erscheinungen beim Licht wurden von **Huygens** (1678) und **Young** (1803) durch die **Wellentheorie** des Lichtes erklärt. Nach dieser Theorie war das Licht eine **Longitudinalwelle**, die sich in einem besonderen Medium, dem Weltall erfüllenden „Äther“, ausbreitet. Nach der Entdeckung der **Polarisation** durch **Malus** (1808) und **Fresnel** (1815) wurde das Licht als eine **Transversalwelle** betrachtet.

1865 erkannte **Maxwell** schließlich, dass es sich beim Licht um eine **elektromagnetische Transversalwelle** handelt. Nach der **Maxwell'schen Theorie** breiteten sich alle elektromagnetischen Wellen mit der **Lichtgeschwindigkeit c** aus. Diese Theorie konnte alle bis dahin bekannten Gesetze der Optik theoretisch herleiten.

Lernbereich

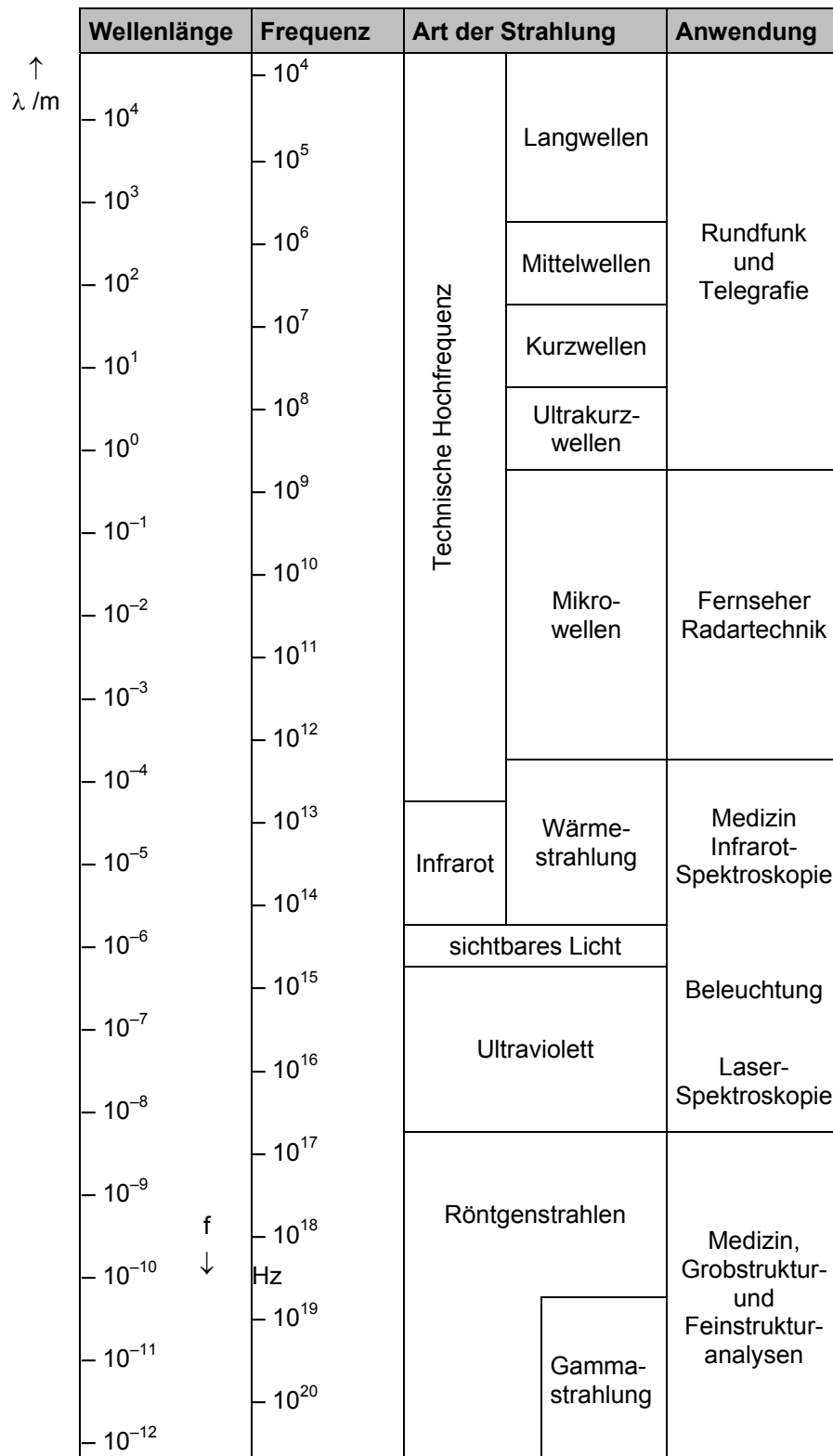


Tabelle 1 Spektrum der elektromagnetischen Strahlung

Tabelle 1 zeigt das **Spektrum der elektromagnetischen Wellen**. Das menschliche Auge nimmt von diesen Wellen einen Bereich mit Wellenlängen zwischen 380 nm und 780 nm wahr, das **sichtbare Spektrum des Lichtes**. Nach der Beziehung $c = \lambda \cdot f$ ergeben sich Frequenzen zwischen 384 THz und 789 THz.

In der **physikalischen Optik** wird nicht nur der **sichtbare Bereich** der elektromagnetischen Wellen sondern auch die angrenzenden Gebiete des **kurzwelligen, ultravioletten Lichtes** und des **langwelligen, ultraroten (infraroten) Lichtes** behandelt. Die moderne Optik umfasst somit einen Wellenlängenbereich zwischen 100 nm und 1 mm.

Die Frage des Transportmediums für das Licht und die anderen elektromagnetischen Wellen wurde erst 1881 von **Michelson** geklärt.

Die elektromagnetischen Transversalwellen benötigen kein Trägermedium. Sie breiten sich nach allen Richtungen unabhängig vom Bezugssystem mit der gleichen Geschwindigkeit, der Lichtgeschwindigkeit aus.

Lichtgeschwindigkeit c

Die erste nutzbare Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit wurde von Fizeau 1849 durchgeführt, dessen prinzipieller Versuchsaufbau in Abbildung 1 dargestellt ist.

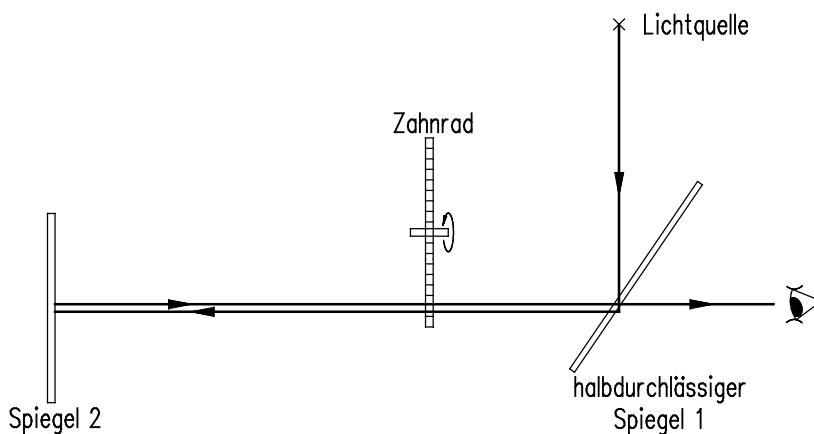


Abbildung 1 Versuchsaufbau zur Messung der Lichtgeschwindigkeit

Durch ein Zahnrad mit 720 Lücken wird über einen halbdurchlässigen Spiegel 1 ein Lichtstrahl zu einem mehrere Kilometer entfernten Spiegel 2 gesandt und dort reflektiert. Bei stillstehendem Rad sieht eine Beobachter das Licht durch die selbe Zahnradlücke zurückkehren. Bei einer bestimmten Umlaufgeschwindigkeit des Zahnrades sieht ein Beobachter kein Licht mehr. Das zurückkehrende Licht trifft statt auf die Lücke auf den folgenden Zahn. Aus der Umlaufgeschwindigkeit und der Anzahl der Zähne kann die Zeit bestimmt werden, die das Licht für die Strecke Zahnrad Spiegel 2 und zurück benötigt.

Fizeau ermittelte einen Wert von $c = 300\,000 \text{ km/s}$, ein Wert, mit dem noch heute in den meisten Fällen gerechnet wird.

Heute gilt die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum als die höchste Geschwindigkeit mit der sich Energie im Raum ausbreiten kann. Die **Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0** gilt als **Naturkonstante** und hat den Wert:

$$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

In allen anderen Medien hat die Lichtgeschwindigkeit eine geringere Größe, als im Vakuum.

Die Wellentheorie des Lichtes versagte bei der Wechselwirkung der Strahlung mit stofflicher Materie (Absorption und Emission von Strahlung). **Planck** (1900) und **Einstein** (1905) konnten mit der **Lichtquantenhypothese** auch diese Erscheinungen erklären. Hierbei wird das Licht mit einem **Teilchenmodell** beschrieben.

Bis Anfang des 20. Jahrhunderts existierten die Wellentheorie und die Teilchenhypothese nebeneinander, man spricht vom **Welle-Teilchen-Dualismus**.

Erst in der Mitte des 20. Jahrhunderts kann das Licht mit der **Quantenelektrodynamik** theoretisch einheitlich als Welle - leider wenig anschaulich - beschrieben werden.

Entstehung des Lichtes

Licht im Sinne der Optik entsteht durch sprunghafte Energieabgabe der Valenzelektronen in Atomen oder Molekülen, bzw. durch Elektronenübergänge zwischen den Energiebändern von Festkörpern. Die durch das Licht abgegebene Energie muss zuvor durch andere Vorgänge dem emittierenden System zugeführt werden. Die wichtigsten Lichtquellen sind dabei die Temperaturstrahler und die Aussendung des Lichtes durch Lumineszenz.

Temperaturstrahler

Bei den Temperaturstrahlern wird die Energie bei relativ hohen Temperaturen durch Wärme zugeführt. Die Licht emittierenden Körper können dabei in allen drei Aggregatzuständen (fest, flüssig, gasförmig) vorliegen. Jeder feste oder flüssige, glühende Körper und alle flammenden Gase senden sichtbares (und unsichtbares) Licht aus (Sonne, Glühlampe, Schmelzen von Metallen, Kerzen, Gasflammen, etc).

Lumineszenz

Lumineszenz ist die Aussendung von Licht bei **hohen** und insbesondere bei **niedrigen Temperaturen**. Die Anregung der Lichtemission unterscheidet sich jedoch durch den Mechanismus der Anregung von den Temperaturstrahlen:

- Bei der **Elektrolumineszenz** entsteht die Lichtaussendung durch elektrisch angeregte Gase oder Festkörper (Glimmlampe, Leuchtstofflampen, Lichtdioden).
- Bei der **Chemolumineszenz** erfolgt die Anregung der Lichtemission durch chemische Prozesse (Leuchtkäfer, kalt leuchtender Phosphor).
- Bei der **Fluoreszenz** leuchten Körper unmittelbar nachdem sie mit energiereicher Strahlung beleuchtet werden (Röntgenschild, fluoreszierende Stoffe in Leuchtstofflampen).
- Bei der **Phosphoreszenz** wird die absorbierte Strahlungsenergie nicht unmittelbar, wie bei der Fluoreszenz, sondern über einen längeren Zeitraum abgegeben (Leuchtzifferblatt, Leuchtfarben).

Ausbreitung des Lichtes

Untersuchungen zur Ausbreitung des Lichtes führten zu folgenden Aussagen:

Licht breitet sich in homogenen Medien und im Vakuum geradlinig aus. Die Richtung des Lichtweges ist dabei umkehrbar.

Zur Vereinfachung der theoretischen Betrachtungen werden die Lichtquellen als punktförmig angenommen. Leuchtende Körper bestehen somit aus einer Vielzahl von punktförmigen leuchtenden Atomen. Es gilt:

Jeder Punkt eines leuchtenden Körpers sendet divergente (auseinander laufende) Lichtstrahlen aus.

Obwohl der Begriff **Lichtstrahlen** aus der Teilchentheorie des Lichtes stammt, wird er heute in der Wellentheorie und der Quantenelektrodynamik für die **Ausbreitung der Wellenfront des Lichtes** genutzt.

Begrenzt man die Strahlenbündel durch kreisförmige Blenden, so entsteht ein geradlinig begrenzter Lichtkegel, dessen Spitze die punktförmige Lichtquelle ist (Abbildung 2).

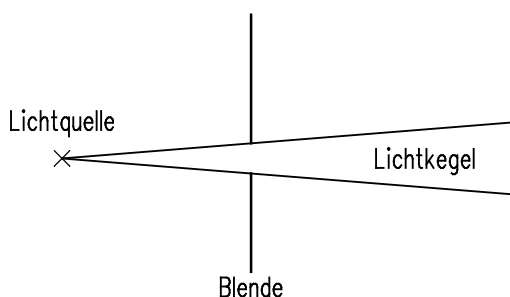


Abbildung 2 Lichtkegel

Befindet sich die Lichtquelle sehr weit von der Blende entfernt, so tritt durch diese ein näherungsweise von zwei Parallelen begrenztes Lichtbündel (Abbildung 3).

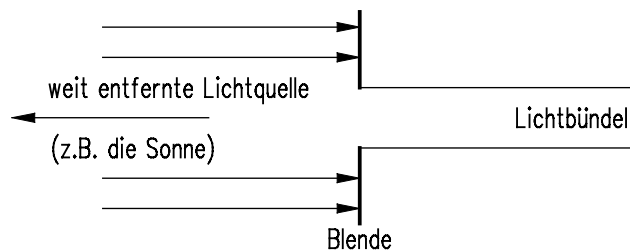


Abbildung 3 Paralleles Lichtbündel

Die Divergenz der Strahlen ist auch bei einem solchen Lichtbündel vorhanden, sie kann jedoch für die Anwendung in der geometrischen Optik vernachlässigt werden.

Nur in ebenen Wellen, die z.B. von Lasern ausgesandt werden, verlaufen die Strahlen parallel.

Strahlungsphysikalische Größen

Der gesamte Wellenlängenbereich der elektromagnetischen Wellen wird durch physikalische Größen wie Energie, Frequenz, Leistung etc. beschrieben. Dabei ist es unerheblich, ob die Wellen von den Sinnesorganen des Menschen wahrgenommen werden können. Zur Bewertung des den Raum ausfüllenden **Strahlungsfeldes** werden u.a. folgende Größen definiert:

Strahlungsfluss und Strahlungsflussdichte

Die von einer Licht- oder Strahlenquelle zu einem Empfänger (Detektor) fließende Energie wird **Strahlungsenergie** Q_e genannt. Der Quotient aus der Strahlungsenergie und der Zeit ergibt die **Strahlungsleistung** oder den **Strahlungsfluss** Φ_e , es gilt

$$\Phi_e = \frac{Q_e}{t},$$

oder bei zeitlich veränderlicher Strahlungsenergie die differenzielle Schreibweise

$$\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}.$$

Die Einheit des Strahlungsflusses ist Watt, $[\Phi_e] = W$.

Bezieht man die Strahlungsenergie auf eine senkrecht zu der Strahlung stehende bestrahlte Fläche A , so ergibt sich die **Strahlungsflussdichte** oder **Energiedichte**

$$\varphi = \frac{d\Phi_e}{dA_{\perp}} \quad \text{oder} \quad \varphi = \frac{\Phi_e}{A_{\perp}}$$

mit der Einheit $[\varphi] = W/m^2$.

Die Strahlungsflussdichte φ wird auch häufig mit der **Strahlungsintensität** I bezeichnet. So beträgt z.B. die mit **Solarkonstante** φ_{so} bezeichnete Strahlungsflussdichte der Sonne am äußeren Rand der Atmosphäre $\varphi_{so} = 1,35 \text{ kW/m}^2$.

Transmission, Reflexion, Absorption

Trifft Strahlung auf einen Körper, können drei Erscheinungen auftreten:

- Ein Teil der auftreffenden Strahlungsenergie wird durchgelassen. Der **Transmissionsgrad** $\tau(\lambda)$ ist der Quotient aus dem durchgehenden Strahlungsfluss Φ_{etr} und dem auftreffenden Strahlungsfluss Φ_{e0} :

$$\tau(\lambda) = \frac{\Phi_{etr}}{\Phi_{e0}}$$

- Ein Teil der Strahlung wird reflektiert. Der **Reflexionsgrad** $\rho(\lambda)$ ist der Quotient aus dem reflektierten Strahlungsfluss Φ_{er} und dem auftreffenden Strahlungsfluss Φ_{e0} :

$$\rho(\lambda) = \frac{\Phi_{er}}{\Phi_{e0}}$$

- Ein Teil der Strahlung wird absorbiert. Der **Absorptionsgrad** $\alpha(\lambda)$ ist der Quotient aus dem absorbierten Strahlungsfluss Φ_{ea} und dem auftreffenden Strahlungsfluss Φ_{e0} :

$$\alpha(\lambda) = \frac{\Phi_{ea}}{\Phi_{e0}}$$

Transmissionsgrad, Absorptionsgrad und Reflexionsgrad sind von dem Stoff des Körpers, der Oberflächenbeschaffenheit und der Wellenlänge der auftreffenden Strahlung abhängig.

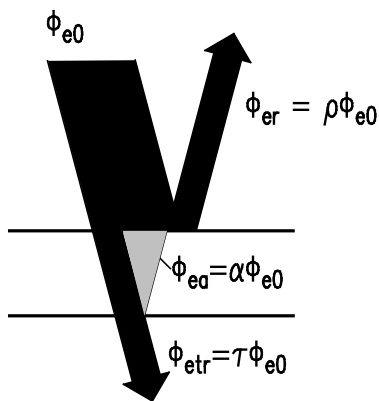


Abbildung 4 Durchlässiger nicht schwarzer Körper

Aus Gründen der Energieerhaltung gilt $\Phi_{e0} = \Phi_{etr} + \Phi_{er} + \Phi_{ea}$ (Abbildung 4). Hieraus folgt:

$$\tau(\lambda) + \rho(\lambda) + \alpha(\lambda) = 1$$

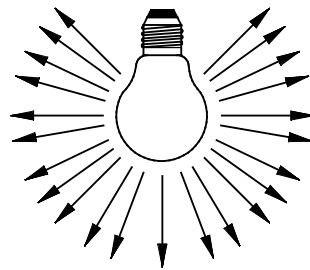
Lichttechnische Größen

Das lichttechnische Maßsystem hat im Wesentlichen 4 Grundgrößen:

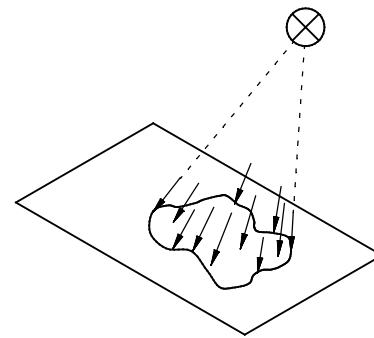
- Lichtstrom,
- Lichtstärke,
- Beleuchtungsstärke und
- Leuchtdichte.

Der **Lichtstrom** Φ ist die von einer Lichtquelle allseitig abgestrahlte oder auf eine Fläche auftreffende Strahlungsleistung (Abbildung 5a und Abbildung 5b).

Diese Größe wird verwendet, um die Strahlungsleistung von Lichtquellen zu kennzeichnen. Sie wird jedoch nicht absolut in der Einheit Watt angegeben, sondern je nach der Wellenlänge des Lichts mit der spektralen Hellempfindlichkeit des Auges $V(\lambda)$ in der Einheit Lumen (lm) bewertet. Der Lichtstrom ist eine skalare Größe.



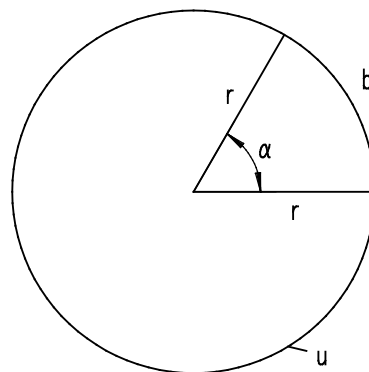
a) einer Lichtquelle



b) auf einer Fläche

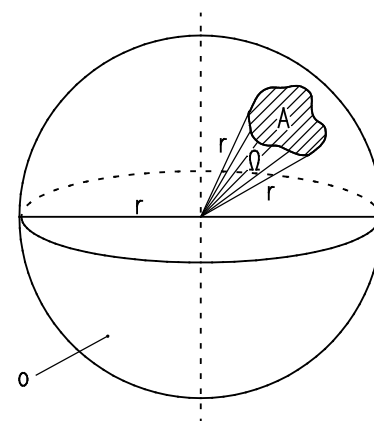
Abbildung 5 Lichtstrom

Die Lichtausbreitung findet im dreidimensionalen Raum statt. Um den Teillichtstrom in einer ganz bestimmten Richtung anzugeben, bedient man sich des **Raumwinkels Ω** . Der Raumwinkel Ω entspricht im dreidimensionalen Raum dem ebenen Winkel α in der Fläche (Abbildung 6a und Abbildung 6b)



a) Flächenwinkel

Abbildung 6 Flächen und Raumwinkel



b) Raumwinkel

Der ebene Winkel α ist das Verhältnis von Bogenlänge b zum Kreisumfang u multipliziert mit dem Umfang des Einheitskreises 2π . Seine Einheit heißt Radiant (rad).

$$\alpha = \frac{b}{u} \cdot 2\pi \quad ; \quad \text{mit } u = 2\pi r$$

$$\text{folgt } \alpha = \frac{b}{r}$$

Für den Halbkreis z.B. ist dann:

$$\alpha = \frac{\pi r}{r} = \pi = 3,14 \text{ rad}$$

In analoger Weise wird der Raumwinkel gebildet. Im dreidimensionalen Raum entspricht der Bogenlänge ein Teil der Kugeloberfläche A , dem Kreisumfang die gesamte Kugeloberfläche O und dem Umfang des Einheitskreises die Oberfläche der Einheitskugel 4π .

$$\Omega = \frac{A}{O} \cdot 4\pi \quad ; \quad \text{mit } O = 4\pi r^2$$

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

Zur Unterscheidung vom ebenen Winkel heißt die Einheit des Raumwinkels Steradian (sr), dass ist die Kürzung von Stereo-Radian. Die Form der Teiloberfläche A ist bedeutungslos.

Für eine Halbkugel z.B. ist dann:

$$\Omega = \frac{2\pi r^2}{r^2} = 2\pi = 6,28 \text{ sr}$$

Die **Lichtstärke I** mit der Einheit Candela (cd) gibt die Dichte des Lichtstromes in einem bestimmten Raumwinkel an (Abbildung 7). Aus der Basiseinheit Candela werden alle anderen Einheiten der Beleuchtungstechnik abgeleitet.

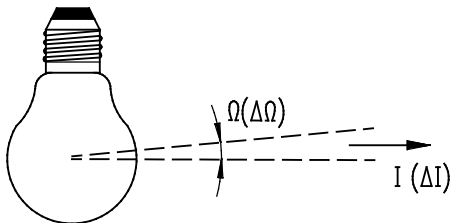


Abbildung 7 Lichtstärke

Ist der Lichtstrom Φ in dem betrachteten Raumwinkel Ω gleichmäßig verteilt gilt:

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}$$

Bei einer ungleichmäßigen Verteilung des Lichtstromes Φ ist der Raumwinkel sehr klein zu wählen. Es gilt dann allgemein:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

Streng genommen gilt dieses Gesetz (Fotometrisches Entfernungsgesetz) nur für „punktförmige Lichtquellen“. Für die praktischen Lichtquellen mit einer bestimmten Leuchtfläche kann es erst ab einer Entfernung, unter der die Lichtquelle verhältnismäßig klein erscheint, angewendet werden. Diese Entfernung heißt **fotometrische Grenzentfernung**. Sie beträgt mit ausreichender Genauigkeit etwa das 5fache des größten Leuchtflächendurchmessers.

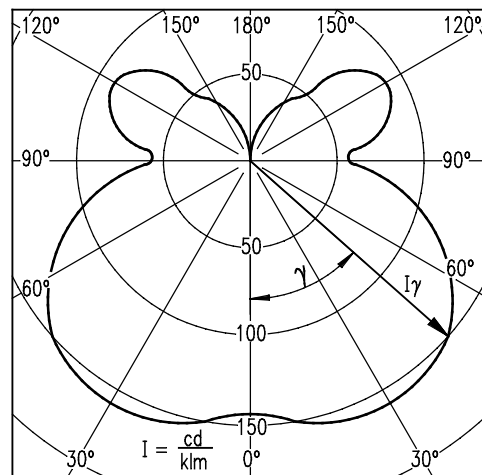


Abbildung 8 Lichtstärkeverteilungskurve

Die Lichtstärke ist ein Vektor. Sie ist in den Medien Vakuum oder saubere Luft in einer bestimmten Ausstrahlungsrichtung annähernd konstant, also unabhängig von der Entfernung.

Die grafische Darstellung dieses Vektors in einem Polarkoordinatensystem heißt **Lichtstärkeverteilungskurve** (LVK). Es wird hierbei nur die Hüllkurve der Vektorspitzen dargestellt (Abbildung 8). Der **Ausstrahlungswinkel** γ wird vom Lot (entspricht 0°) aus gezählt.

Für Leuchten, die mit verschiedenen Lampen bestückbar sind, wird der Betrag von I normiert auf je 1000 lm = 1 klm Lampenlichtstrom dargestellt.

Die **Beleuchtungsstärke** E ist eine Dichte des Lichtstroms, auf die zugehörige Fläche bezogen (Abbildung 9). Die Einheit für die Beleuchtungsstärke ist Lux (lx). Bei gleichmäßiger Lichtstromverteilung gilt:

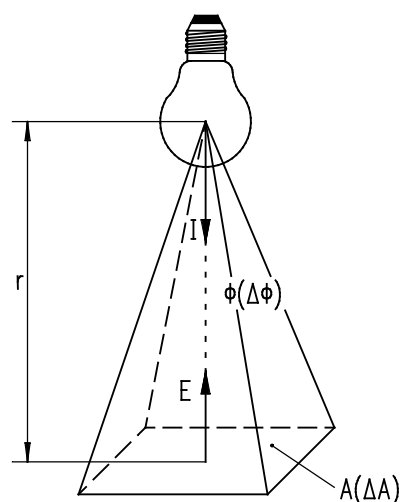


Abbildung 9 Beleuchtungsstärke

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

Im Allgemeinen kann man in der Praxis jedoch nicht mit einem so gleichmäßig über die Fläche verteilten Lichtstrom rechnen, sodass die Beleuchtungsstärke auf sämtlichen Punkten der beleuchteten Fläche gleich ist. Die Beleuchtungsstärke ist demgemäß als Mittelwert (**mittlere Beleuchtungsstärke**) aufzufassen.

$$E_m = \frac{\Phi}{A}$$

Bei ungleichmäßiger Lichtstromverteilung ist die Fläche so klein zu wählen, dass praktisch keine Schwankung des Lichtstroms in dieser Fläche mehr vorliegt.

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$

Die Beleuchtungsstärke ist ein Vektor, der senkrecht zur Fläche A steht. In einem konstanten Raumwinkel ist der Lichtstrom konstant, die Fläche A nimmt jedoch quadratisch mit ihrem Abstand von der Lichtquelle zu. Daraus folgt, dass die Beleuchtungsstärke E in einer bestimmten Richtung mit dem Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle abnimmt.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Außerdem ergibt sich durch Einsetzen folgender Zusammenhang zwischen E und I:

$$E = \frac{I}{r^2} \quad \text{mit} \quad \Phi = I \cdot \Omega \quad \text{und} \quad A = \Omega \cdot r^2$$

Die vom Auge erfassbaren Beleuchtungsstärken haben einen sehr großen Bereich (Tabelle 2).

Beleuchtungsfall		Beleuchtungsstärke lx
Freies Gelände,	wolkenlos, mittags im Sommer	ca. 100000
	desgleichen im Winter	ca. 10000
Freies Gelände,	in der Dämmerung	100 bis 3000
Freies Gelände,	wolkenlos, Vollmond	ca. 0,2
	desgleichen ohne Mond, Sternenhimmel	ca. 0,001
Innenraumbeleuchtung mit künstlichem Licht		30 bis 2000
Straßenbeleuchtung mit künstlichem Licht		1 bis 50

Tabelle 2 Beleuchtungsstärken bei natürlicher und künstlicher Beleuchtung

Die **Leuchtdichte L** ist die Größe, welche die Helligkeit einer selbstleuchtenden (lichtemittierenden) Fläche (z.B. die dem Auge sichtbare, leuchtende Fläche einer Glühlampe) oder die Helligkeit einer angeleuchteten, das Licht reflektierenden Fläche,

angibt. Je höher die Lichtstärke oder/und je kleiner die zugehörige Fläche, umso höher ist der Helligkeitseindruck. Die Leuchtdichte ist bei senkrechter Betrachtung der Fläche A definiert als Verhältnis der Lichtstärke zur abstrahlenden Fläche:

$$L = \frac{I}{A}$$

Ihre Einheit ist cd/m^2 , für hohe Leuchtdichten auch cd/cm^2 .

Diese Formel gilt nur für eine gleichmäßige Lichtstärke I von der Fläche A. Bei ungleichmäßiger Lichtstärke wird L aus einer sehr kleinen Fläche dA und dem zugehörigen dI ermittelt, sodass praktisch keine Schwankung mehr vorliegt. Es gilt dann:

$$L = \frac{dI}{dA}$$

Die Leuchtdichte ist ein Vektor, der von der leuchtenden Fläche zum Auge zeigt. Bei schräger Blickrichtung auf die Fläche unter dem Winkel ε erscheint die Fläche A um den Faktor $\cos \varepsilon$ kleiner. Außerdem hat die Lichtstärke I_ε in der schrägen Blickrichtung im Allgemeinen einen anderen Wert als senkrecht zur Fläche mit I_0 (Abbildung 10).

Es gilt dann bei gleichmäßiger bzw. bei ungleichmäßiger Leuchtdichteverteilung:

$$L = \frac{I_\varepsilon}{A \cdot \cos \varepsilon} \quad \text{bzw.} \quad L = \frac{dI_\varepsilon}{dA \cdot \cos \varepsilon}$$

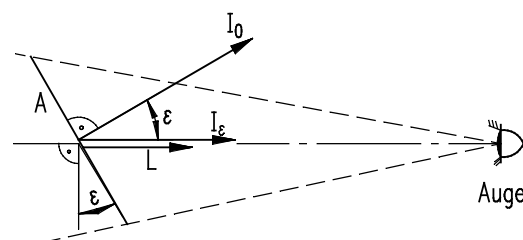


Abbildung 10 Leuchtdichte

Die nachfolgende Tabelle zeigt, welche Anforderungen an das Adaptationsvermögen des Auges auf Grund der praktisch vorkommenden Leuchtdichten gestellt werden.

Arten der Lichtquelle	Leuchtdichte in cd/cm^2	Lichtstrom in lm
Natürliche Lichtquellen		
Mittagssonne	100000 bis 150000	
Vollmond	0,25 bis 0,35	
Klarer Himmel	0,3 bis 0,7	
Bedeckter Himmel	0,01 bis 0,1	
Beleuchtete Flächen		
Straßen mit künstlicher Beleuchtung	0,2 bis 5	
Wände und Decken in künstlich beleuchteten Räumen	1 bis 300	
Technische Lichtquellen		
Kohlebogenlampen	20000 bis 180000	5000 bis 40000
Xenon-Hochdrucklampen	20000 bis 300000	2000 bis 400000
Glühlampen, klar	200 bis 2000	200 bis 19000
Natriumdampf-Hochdrucklampen, klar	300 bis 650	4000 bis 130000
Natriumdampf-Hochdrucklampen, beschichtet	4 bis 25	3500 bis 52000
Natriumdampf-Niederdrucklampen	7 bis 14	1200 bis 33000
Quecksilberdampf-Hochdrucklampen, klar	300 bis 1000	2000 bis 120000
Leuchtstofflampen	0,3 bis 1,4	1000 bis 5000

Tabelle 3 Leuchtdichten und Lichtstrom verschiedener Lichtquellen und beleuchteter Flächen

Ein weiterer Begriff ist die **Lichtausbeute** η einer Lichtquelle. Sie ist das Verhältnis des abgegebenen Lichtstromes zur aufgewendeten elektrischen Leistung. Die Einheit für die Lichtausbeute ist lm/W .

$$\eta = \frac{\Phi}{P}$$

Die Lichtausbeute entspricht dem Wirkungsgrad der Lichtquelle. Je höher die Lichtausbeute, desto wirtschaftlicher kann die Lichtquelle betrieben werden.

Eine Umrechnung der Lumen in Watt zur Ermittlung des dimensionslosen Wirkungsgrades ist nicht gebräuchlich, da der für den Sehvorgang maßgebliche Wirkungsgrad von der Wellenlänge des Lichtes $V(\lambda)$ abhängig ist. Bei vollkommener Umwandlung von elektrischer Leistung in Lichtleistung (Lichtstrom) für monochromatisches Licht von $\lambda = 555 \text{ nm}$ beträgt der theoretische Umrechnungsfaktor $1 \text{ W} = 683 \text{ lm}$.

Die im Wohnbereich verwendeten Glühlampen haben eine Lichtausbeute von 8 bis $20 \text{ lm}/\text{W}$, Leuchtstofflampen haben 30 bis $70 \text{ lm}/\text{W}$, wobei üblicherweise die Verlustleistung des Vorschaltgerätes nicht eingerechnet wird.

Die **Lichtmenge** Q ist das Produkt aus Lichtstrom und Zeit, während der der Lichtstrom abgestrahlt wird. Ihre Einheit ist die Lumenstunde (lmh). Sie ist die vom Licht geleistete Arbeit.

$$Q = \Phi \cdot t$$

Die Lichtmenge ist ein Maß für das gesamte Licht, das von einer Lichtquelle während eines bestimmten Zeitraumes (z.B. der gesamten Lebensdauer oder der Dauer des Lichtblitzes einer Blitzlichtlampe) abgestrahlt wird. Sie ist eine wichtige Größe zur Bestimmung der Beleuchtungskosten.

Lichttechnische Auswahlkriterien für Leuchten

Leuchten sind Betriebsmittel, die lichttechnische, mechanische, elektrische und gestalterische Aufgaben zu erfüllen haben. Lichttechnisch dienen sie der Lenkung und Verteilung, gelegentlich auch der Filterung des Lichtstroms von Lampen.

Zur Auswahl einer Leuchte für eine bestimmte Beleuchtungsaufgabe werden folgende vier Kriterien herangezogen:

Die **Lichtstromverteilung**, die **Lichtstärkeverteilung**, die **Leuchtdichteverteilung** und der **Leuchtenbetriebswirkungsgrad**.

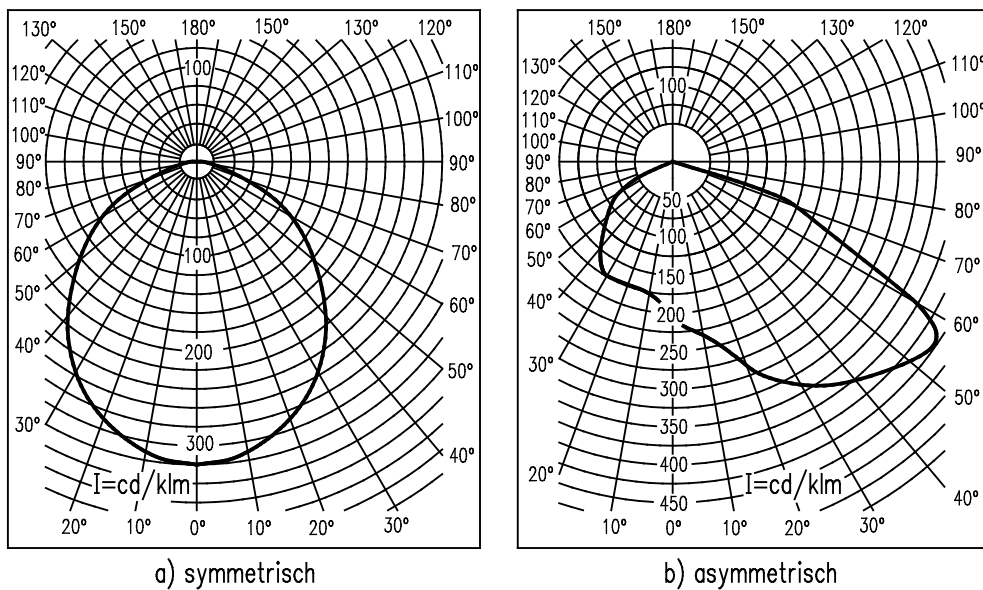
Entsprechend der **Lichtstromverteilung** erfolgt eine Einteilung der Leuchten in fünf Klassen mit den Kennbuchstaben A bis E (Tabelle 4). Der Kennbuchstabe gibt an, in welchem Verhältnis der Lichtstrom in den unteren Φ_u bzw. den oberen Halbraum Φ_o zum gesamten Lichtstrom aus der Leuchte Φ_L steht.

Bezeichnung	Kennbuchstabe	$\varphi_u = \frac{\Phi_u}{\Phi_L}$	$\varphi_o = \frac{\Phi_o}{\Phi_L}$
direkt	A	0,9 bis 1,0	0 bis 0,1
vorwiegend direkt	B	0,6 bis 0,9	0,1 bis 0,4
direkt-indirekt	C	0,4 bis 0,6	0,4 bis 0,6
vorwiegend indirekt	D	0,1 bis 0,4	0,6 bis 0,9
indirekt	E	0 bis 0,1	0,9 bis 1,0

Tabelle 4 Kennbuchstaben der Lichtstromverteilung nach dem relativen Lichtstrom

Die Kombination des Kennbuchstabens mit zwei weiteren Kennziffern nennt man **Leuchtenklassifikation**. Sie spielt eine wichtige Rolle bei der Auswahl von Leuchten und der Berechnung von Beleuchtungsanlagen.

Die Lichtlenkung einer Leuchte wird durch die Lichtstärkeverteilung beschrieben und nach DIN 5032 in Form einer **Lichtstärkeverteilungskurve** (LVK) in Diagramm- oder Tabellenform dargestellt. Nach der Symmetrie der LVK werden die Leuchten in symmetrisch und asymmetrisch strahlende (schrägstrahlende) eingeteilt (s. Abbildung 11).

Abbildung 11 Lichtstärkeverteilungskurven in der A_0 -Ebene

Die **Leuchtdichte**verteilung wird ebenfalls als Diagramm bzw. Tabelle dargestellt. Es werden die mittleren Leuchtdichten in Abhängigkeit vom jeweiligen Ausstrahlungswinkel angegeben. Nach **DIN 5035** müssen die Leuchtdichten in dem für die Blendung kritischen Bereich des Ausstrahlungswinkel γ von 45° bis 85° begrenzt werden (Abbildung 12).

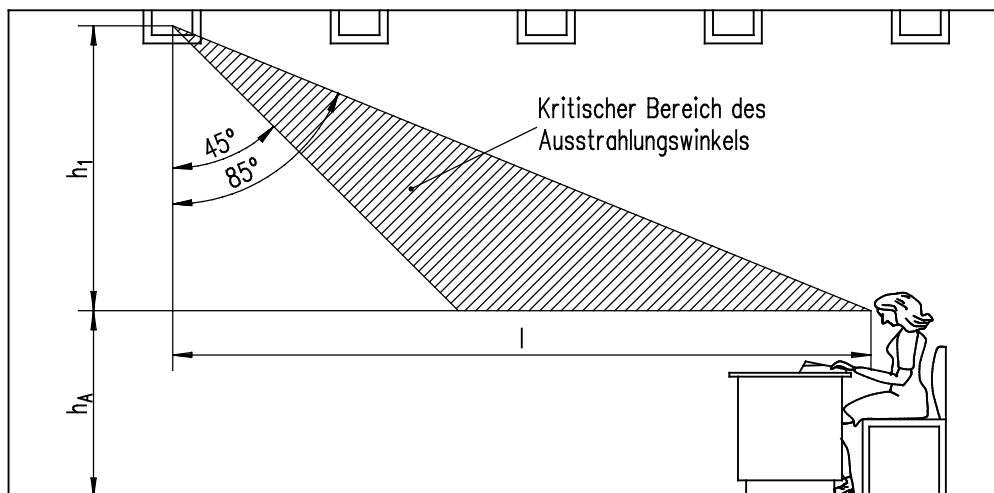


Abbildung 12 Ausstrahlungsbereich einer Leuchte, in dem die Leuchtdichtebegrenzung eingehalten werden muss

Die Augenhöhe h_A in Abbildung 12 ist für die sitzende Position mit 1,2 m und für eine stehende mit 1,5 m festgelegt.

Mit zunehmender Nennbeleuchtungsstärke ist ein höherer Lichtstrom erforderlich und damit die zulässige Leuchtdichte stärker zu begrenzen. Die Abbildung 13 zeigt die Leuchtdichtegrenzkurven für Leuchtenarten, deren Lichtaustrittsfläche ausschließlich horizontal liegt, wie z.B. deckenbündige Einbauleuchten mit lichtundurchlässigen Seitenteilen usw. (Leuchtenklassifikation A..).

Die Güteklasse 1 gilt für hohe Ansprüche an die Beleuchtungsgüte (z.B. Industrieanlagen, Klassenräume, Büros), die Güteklasse 2 für mittlere Ansprüche (Lagerräume, grobe Montagearbeiten) und die Güteklasse 3 für geringe Ansprüche.

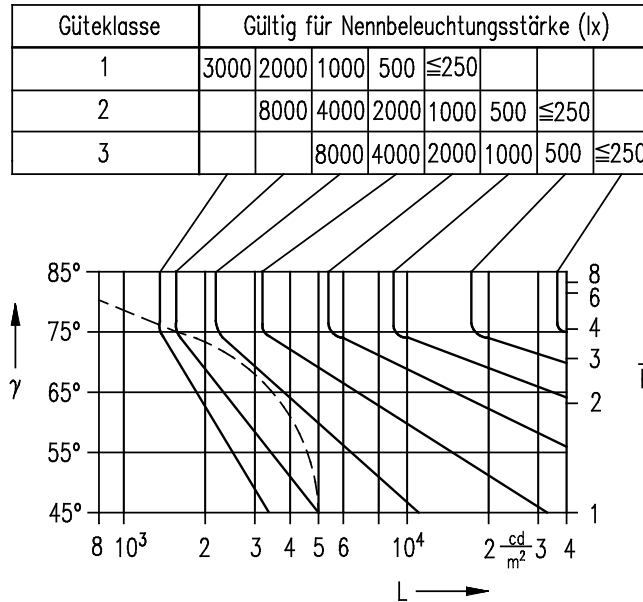


Abbildung 13 Leuchtdichtekurve einer Einbauleuchte der Klassifikation A.. und Leuchtdichtegrenzkurven

Die Abbildung 13 wird folgendermaßen ausgewertet:

Die von der Wertetabelle ausgehenden voll ausgezogenen **Leuchtdichtegrenzkurven** berühren oder schneiden die gestrichelt dargestellte Leuchtdichtekurve der gewählten Leuchte nicht für Nennbeleuchtungsstärken bis 1000 lx in der Güteklasse 1, bzw. Nennbeleuchtungsstärken bis 4000 lx in der Güteklasse 2, bzw. Nennbeleuchtungsstärken bis 8000 lx in der Güteklasse 3. Das bedeutet, dass für alle Betriebswerte, die in diesem Bereich liegen, die Leuchtdichtebegrenzung nach DIN 5035 eingehalten ist.

Die erste voll ausgezogene Leuchtdichtegrenzkurve, die die gestrichelt dargestellte Leuchtdichtekurve schneidet, führt zu den Werten 2000 lx in Güteklasse 1 bzw. 8000 lx in Güteklasse 2. Das bedeutet, dass für diese Betriebswerte und die darüberliegenden Betriebswerte die Leuchtdichtebegrenzung nach DIN 5035 nicht eingehalten ist.

Die Einhaltung der Leuchtdichtebegrenzung ist wichtig für die Verminderung bzw. Vermeidung von Blendung vor allem an Arbeitsplätzen mit hohen Sehanforderungen, wie z.B. an Zeichenplätzen oder Bildschirmarbeitsplätzen. Liegt eine Blendung vor, so setzt diese die Sehleistung herab (physiologische Blendung) und führt nach einiger Zeit zu Unbehagen und Ermüdung. Das Wohlbefinden wird gemindert und verringert die Leistung (psychologische Blendung).

Aufgabe 1

Erklären Sie den Begriff „Temperaturstrahler“!

Aufgabe 2

Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Transmissionsgrad, Reflexionsgrad und Absorptionsgrad unter dem Aspekt der Energieerhaltung!

Aufgabe 3

Erklären Sie den Unterschied zwischen der Lichtstärke und der Strahlstärke!

Aufgabe 4

Welche lichttechnischen Größen geben Leistungen an?

Aufgabe 5

Welche lichttechnischen Größen sind gerichtete Größen (Vektoren) und welche Größen haben keinen Richtungssinn (Skalare)?

Aufgabe 6

Wie ist die fotometrische Grenzentfernung definiert, und welche Bedeutung hat sie?

Aufgaben

Lernbereich

2 Geometrische Optik

2.1 Reflexion

Viele Anwendungen in der Praxis, wie Bildentstehung an Spiegeln, Linsen und anderen optischen Geräten, können durch den Verlauf von mehr oder weniger dicken Strahlenbündeln beschrieben werden.

Für die **Strahlen-** oder **geometrische Optik** wird die Dicke des Lichtstrahlbündels vernachlässigt, und nur mit Strahlen gerechnet. Diese Strahlen sind keine physikalischen Gebilde, sondern Geraden, die senkrecht zu den Wellenfronten des Lichtes verlaufen und sich mathematisch mit Zirkel und Lineal konstruieren lassen.

Die geometrische Optik oder Strahlenoptik kann immer dann angewendet werden, wenn die betrachteten Gegenstände viel größer sind als die Wellenlänge des Lichtes.

So muss z.B. bei der Betrachtung von stark vergrößernden Mikroskopen neben der Strahlenoptik auch die Beugung des Lichtes berücksichtigt werden, die nur mit der Wellentheorie zu beschreiben ist.

Eine der häufigsten Phänomene in der Optik ist die Reflexion von Lichtstrahlen. Trifft ein Lichtstrahl auf einen **ebenen Spiegel**, wird er von diesem reflektiert. Dabei wird der Strahl umso steiler reflektiert, je steiler er auftrifft. Ein senkrecht auf den Spiegel treffender Lichtstrahl wird in sich selbst reflektiert.

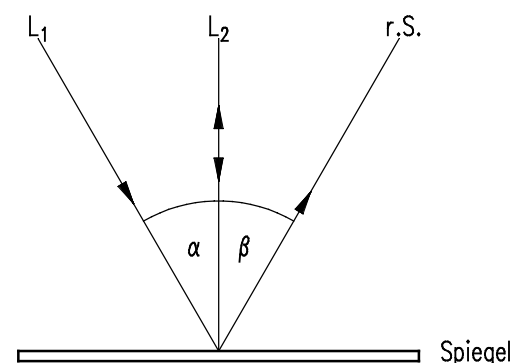


Abbildung 14 Grundbegriffe zur Spiegelung

Abbildung 14 zeigt eine einfache Anordnung zur Definition der Grundbegriffe bei der Reflexion von Lichtstrahlen. L_1 und L_2 sind dabei Lichtquellen, die je einen schmalen Lichtstrahl aussenden, r. S. ist der von L_1 kommende, reflektierte Strahl.

Der **Winkel α** wird mit **Einfallswinkel**, der **Winkel β** wird mit **Reflexionswinkel** bezeichnet. Beide Winkel werden zum **Einfallslot** hin gemessen. Das Einfallslot ist die **Spiegelnormale im Auftreffpunkt** der Strahlen.

Wird mit Rauch oder Staubeilchen der Verlauf der Lichtstrahlen in der Anordnung von Abbildung 14 sichtbar gemacht, erkennt man, dass alle Strahlen und das Einfallslot in einer Ebene liegen.

Einfalls- und Reflexionswinkel können experimentell mit der **optischen Scheibe** untersucht werden (Abbildung 15). Dies ist eine drehbare Kreisscheibe, die mit einer Gradeinteilung und einem fest eingezeichneten Einfallslot versehen ist. Auf ihr wird ein Spiegel so angebracht, dass das Einfallslot auf diesem senkrecht steht.

Ein Lichtstrahl wird so ausgerichtet, dass er im Fußpunkt des Einfallslotes auf den Spiegel trifft. Einfallender und reflektierter Strahl bewirken auf der Scheibe eine Leuchtspur, die es erlaubt, den Einfalls- und Reflexionswinkel direkt zu messen (Abbildung 15).

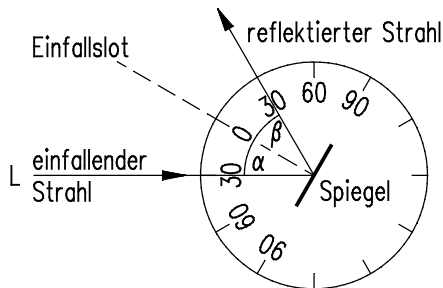


Abbildung 15 Optische Scheibe mit Spiegel

Untersuchungen mit der optischen Scheibe und der Anordnung von Abbildung 14 führen zu dem aus der allgemeinen Wellenlehre bekannten Reflexionsgesetz.

Reflexionsgesetz

An einer spiegelnden Fläche sind Einfallswinkel α und Reflexionswinkel β zum Einfallslot hin gemessen gleich groß.

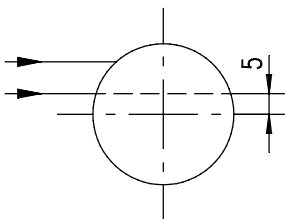
Einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene.

Das Reflexionsgesetz gilt nicht nur an ebenen Spiegeln, sondern generell an allen reflektierenden Flächen.

Lehrbeispiel 1

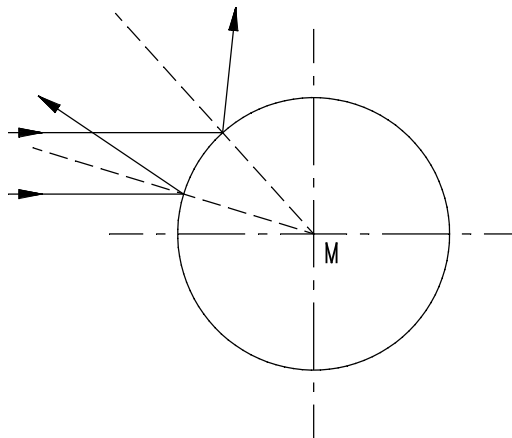
Ein Lichtbündel mit 10 mm Durchmesser trifft, wie in folgender Abbildung dargestellt, auf einen spiegelnden Zylinder mit 20 mm Radius.

Konstruieren Sie den Verlauf der Randstrahlen des Lichtbündels nach der Reflexion!



Lösung

Als Einfallslotte dienen die Verlängerungen der Radien des Zylinders zu den Auftreffpunkten der Strahlen. Diese stehen, wie aus der Planimetrie bekannt, senkrecht auf dem Kreisbogen. Mit einem Zirkel werden dann die Winkel zwischen den Strahlen und den Einfallsloten auf die andere Seite übertragen und die reflektierten Strahlen eingezeichnet (siehe folgende Abbildung).



In der Optik werden drei Reflexionsarten unterschieden:

- **Gerichtete Reflexion**

An ebenen Flächen wird ein Bündel paralleler Lichtstrahlen entsprechend dem Reflexionsgesetz als Bündel paralleler Strahlen in eine bestimmte Richtung reflektiert, man spricht von einer **gerichteten Reflexion**.

- **Gestreute Reflexion**

Trifft ein paralleles Strahlenbündel auf eine gewölbte Oberfläche, wird jeder Strahl, entsprechend Lehrbeispiel 1, reflektiert. Aus dem Verlauf der Randstrahlen ist zu erkennen, dass die Strahlen nicht mehr in eine Richtung abgelenkt werden und nicht mehr parallel verlaufen. Das parallele Strahlenbündel wird in einen größeren Winkelbereich gelenkt, es liegt eine **gestreute Reflexion** vor.

- **Diffuse Reflexion**

Trifft ein Lichtstrahl auf eine raue Fläche, so tritt eine **diffuse Reflexion** ein. Die Strahlen des parallelen Lichtbündels treffen auf Flächenelemente mit verschiedenen Neigungen gegeneinander (Abbildung 16). Nach dem Reflexionsgesetz werden dadurch alle Strahlen in verschiedene Richtungen abgelenkt und das Lichtbündel wird aufgelöst.

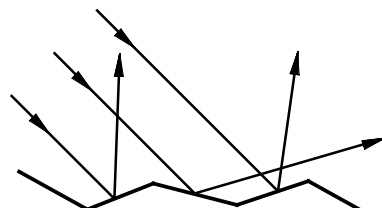


Abbildung 16 Diffuse Reflexion

Die diffuse Reflexion bewirkt z.B., dass eine Wand aus jeder Richtung sichtbar ist. Eine beleuchtete Wand zerstreut das Licht nach allen Richtungen.

Auch die **Morgen-** und **Abenddämmerung** beruht auf der diffusen Reflexion des Lichtes. Während der Dämmerung ist die Sonne selbst nicht zu sehen, aber sie erhellt den Himmel, wenn sie nicht tiefer als 18° unter dem Horizont steht. Die parallelen Sonnenstrahlen werden dann in den hohen Luftschichten an den Staub- und Wasserteilchen diffus gestreut.

In der Technik wird die **gerichtete Reflexion** in vielen analogen Messgeräten für die Messung kleiner Drehwinkel als **Lichtzeiger** verwandt (Abbildung 17):

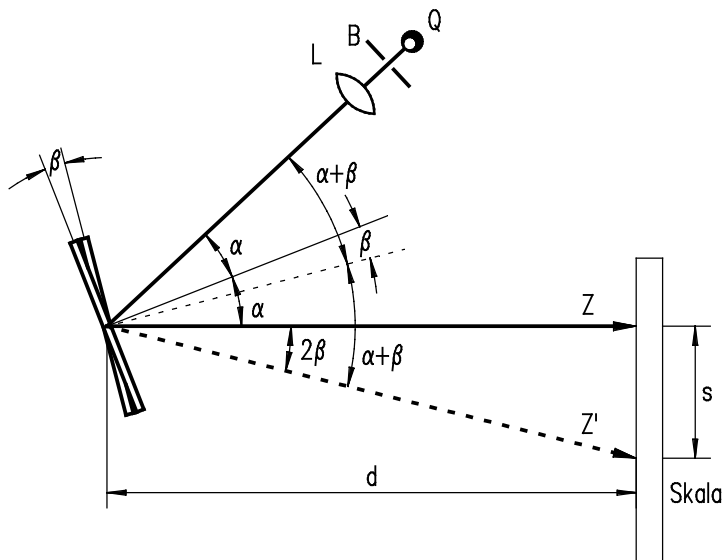


Abbildung 17 Lichtzeiger

Eine Lichtquelle Q beleuchtet durch eine Schlitzeblende B und einer Linse L einen drehbaren, ebenen Spiegel. Der Spiegel reflektiert das Licht auf eine Skala. Nach dem Reflexionsgesetz bilden einfallender und reflektierter Strahl den Winkel 2α . Dreht der Spiegel um den Winkel β , so erhält man einen neuen Einfallswinkel $(\alpha + \beta)$. Einfallender und reflektierter Strahl bilden jetzt den Winkel $2 \cdot (\alpha + \beta)$, der reflektierte Strahl ist somit um 2β gedreht und es gilt:

Dreht der Spiegel um den Winkel β , so dreht sich der reflektierte Strahl um den Winkel 2β .

Auf der Skala in der Entfernung d von der Drehachse des Spiegels ergibt die Drehung des Lichtzeigers eine Verschiebung der Strecke s , und es gilt (für kleine Drehwinkel)

$$\tan 2\beta = \frac{s}{d}$$

womit sich der Drehwinkel β eindeutig berechnen lässt.

Lehrbeispiel 2

Bei einem Spiegelgalvanometer erzeugt eine Messspannung auf der Skala einen Ausschlag von 3 cm. Der Abstand d zwischen der Drehachse des Spiegels und der Anzeige beträgt 130 cm.

Berechnen Sie den Drehwinkel des Spiegels!

Lösung

Aus $\tan 2\beta = s / d$ folgt $\beta = 0,5 \cdot \arctan (s / d)$

$$\beta = 0,5 \cdot \arctan \frac{3}{130}$$

$$\beta = \underline{\underline{0,661^\circ}}$$

Der Drehwinkel des Spiegels beträgt $0,661^\circ$.

Mit Messgeräten, die mit dem Lichtzeiger arbeiten, können auch sehr kleine Drehwinkel genau bestimmt werden.

Bildkonstruktion an ebenen Spiegeln

Von jedem einzelnen Punkt eines Gegenstandes gehen beliebig viele Lichtstrahlen aus. Greift man zwei beliebige Strahlen des Punktes L heraus, werden diese entsprechend dem Reflexionsgesetz am Spiegel reflektiert, und erreichen das Auge des Beobachters (Abbildung 18).

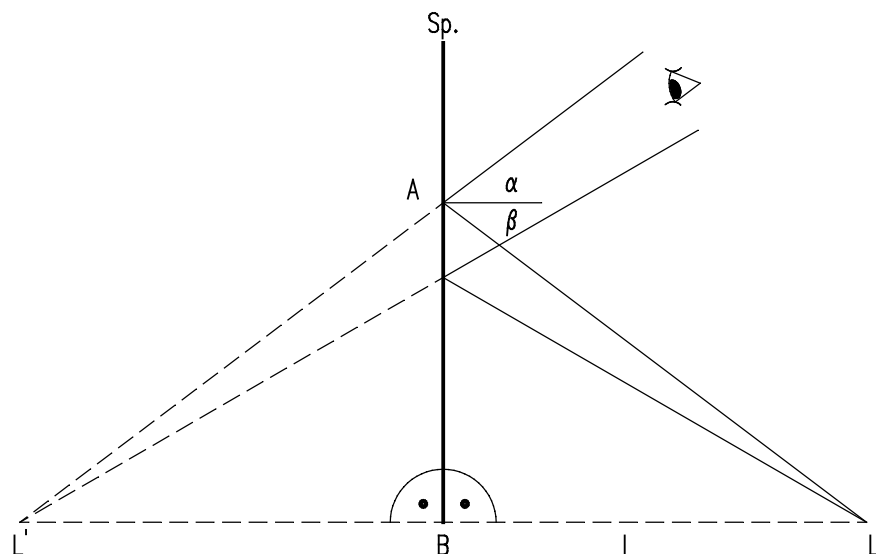


Abbildung 18 Reflexion am ebenen Spiegel

Beim Sehvorgang wird der Ursprung des beim Auge ankommenden Lichtkegels im Schnittpunkt L' der gradlinigen Verlängerung der reflektierten Strahlen vermutet. Das Auge nimmt also nicht den wirklichen Punkt L wahr, sondern das **Spiegelbild L'**.

Aus den Reflexionsbedingungen folgt die Kongruenz der Dreiecke ABL und ABL', woraus folgt, dass L' auf dem gleichen Lot l und im gleichem Abstand zur Spiegelebene liegt wie L.

Bilder von ausgedehnten Gegenständen erhält man durch die Abbildung der einzelnen Gegenstandspunkte (Abbildung 19).

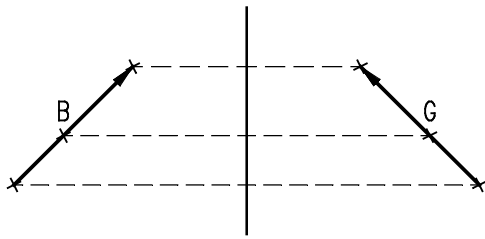


Abbildung 19 Spiegelbild eines Gegenstandes am ebenen Spiegel

Da jeder der gespiegelten Punkte symmetrisch zur Spiegelebene liegt, gilt:

Ein ebener Spiegel erzeugt ein gleich großes, symmetrisch zur Spiegelebene liegendes Bild B eines Gegenstandes G.

Bilder, die sich aus Punkten, die keine Vereinigungspunkte von Lichtstrahlen sind (z.B. L' in Abbildung 18), zusammensetzen, heißen scheinbare oder virtuelle Bilder. Diese Bilder existieren physisch nicht, sie können z.B. nicht auf einem Schirm sichtbar gemacht werden, sondern erscheinen nur dem Auge. Generell sind in der Optik zwei Arten von Bildern zu unterscheiden:

- **Reelle Bilder**
Die Bildpunkte reeller (wirklicher) Bilder sind die Schnittpunkte **wirklicher Strahlen**. Man kann diese Bilder auf einem Schirm sichtbar machen.
- **Virtuelle Bilder**
Die Bildpunkte virtueller (scheinbarer) Bilder sind die Schnittpunkte **verlängert gedachter Strahlen**. Man kann diese Bilder nicht auf einem Schirm sichtbar machen.

Für den ebenen Spiegel gilt somit folgende Aussage:

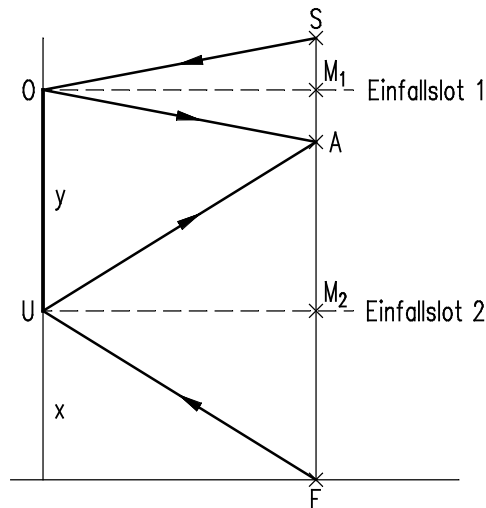
Der ebene Spiegel erzeugt immer ein virtuelles, gleich großes Bild.

Lehrbeispiel 3

Bestimmen Sie die Höhe der Unterkante eines ebenen Spiegels über dem Fußboden und seine Mindestgröße, damit sich eine 170 cm große Person (Augenhöhe: 160 cm) in ganzer Größe sehen kann!

Lösung

Für die Berechnung des Spiegels reicht die Konstruktion der Lichtstrahlen, die vom Fuß F und dem Scheitel S der Person ausgehen und nach der Reflektion noch in das Auge A gelangen müssen (siehe unten stehende Abbildung).



Mit dem Einfallslot 2 in oben stehender Abbildung gilt:

$$\begin{aligned}
 x &= \overline{M_2F} \text{ und } \overline{AM_2} = \overline{M_2F} \\
 \Rightarrow x &= \frac{1}{2} \overline{AF} \\
 x &= \frac{1}{2} \cdot 160 \text{ cm} \\
 x &= \underline{\underline{80 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

Die Unterkante des Spiegels muss in halber Augenhöhe bei 80 cm liegen.

Für die Größe y des Spiegels gilt mit dem Einfallsloten 1 und 2:

$$\begin{aligned}
 y &= \overline{OU} = \overline{M_1M_2} \\
 \overline{M_1M_2} &= \overline{M_1A} + \overline{AM_2} \\
 \text{da } \overline{AM_2} &= \frac{1}{2} \overline{AF} \\
 \text{und } \overline{M_1A} &= \frac{1}{2} \overline{AS} \\
 \Rightarrow y &= \frac{1}{2} \overline{AS} + \frac{1}{2} \overline{AF} \\
 y &= \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot 160 \text{ cm} \\
 y &= \underline{\underline{85 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

Der Spiegel muss eine Höhe von 85 cm besitzen.

Reflexion am Winkelspiegel

Winkelspiegel bestehen aus zwei ebenen, gegeneinander geneigten Spiegeln, die einen definierten Winkel γ einschließen. Fällt auf einen der Spiegel ein Lichtstrahl, erfährt er durch zweimalige Reflexion eine Ablenkung um den Winkel δ (Abbildung 20).

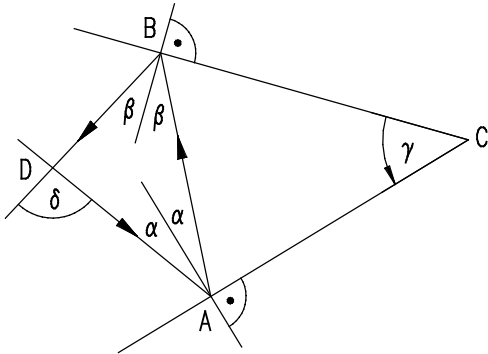


Abbildung 20 Reflexion am Winkelspiegel

Für die Winkelsumme in Dreieck DAB gilt:

$$(180^\circ - \delta) + 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow (1) \quad 2 \cdot (\alpha + \beta) = \delta$$

Für die Winkelsumme in Dreieck ACB gilt:

$$(90^\circ - \alpha) + \gamma + (90^\circ - \beta) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow (2) \quad \alpha + \beta = \gamma$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt:

$$\delta = 2 \cdot \gamma$$

Der Ablenkwinkel des Lichtstrahls in einem Winkelspiegel ist doppelt so groß wie der Neigungswinkel der Spiegel gegeneinander. Winkelspiegel werden z.B. zum Abstecken definierter Winkel im Gelände eingesetzt.

Gekrümmte Spiegel

Stellen Spiegel den Teil einer Kugelfläche dar, handelt es sich um **sphärische (Kugel) Spiegel**. Die Spiegelflächen können **konvex (erhaben)** oder **konkav (hohl)** sein.

Die Entfernung der Kugelfläche von ihrem **Mittelpunkt M** wird als **Krümmungsradius r** des Spiegels bezeichnet. Die durch den **Scheitel S** des Spiegels und dem Mittelpunkt M verlaufende Gerade heißt **optische Achse**.

Hohlspiegel (Konkavspiegel)

Fallen parallele Lichtstrahlen (z.B. Sonnenlicht) in Richtung der optischen Achse auf einen Hohlspiegel, werden Sie nach einem gemeinsamen Punkt, dem **Brennpunkt F** (Fokus), reflektiert (Abbildung 21), es gilt:

Achснаhe und achsenparallele Strahlen (Parallelstrahlen) werden im Brennpunkt gesammelt.

Oder:

Achснаhe Parallelstrahlen konvergieren im Brennpunkt.

Den Abstand des Brennpunktes vom Scheitel des Spiegels bezeichnet man als **Brennweite f**.

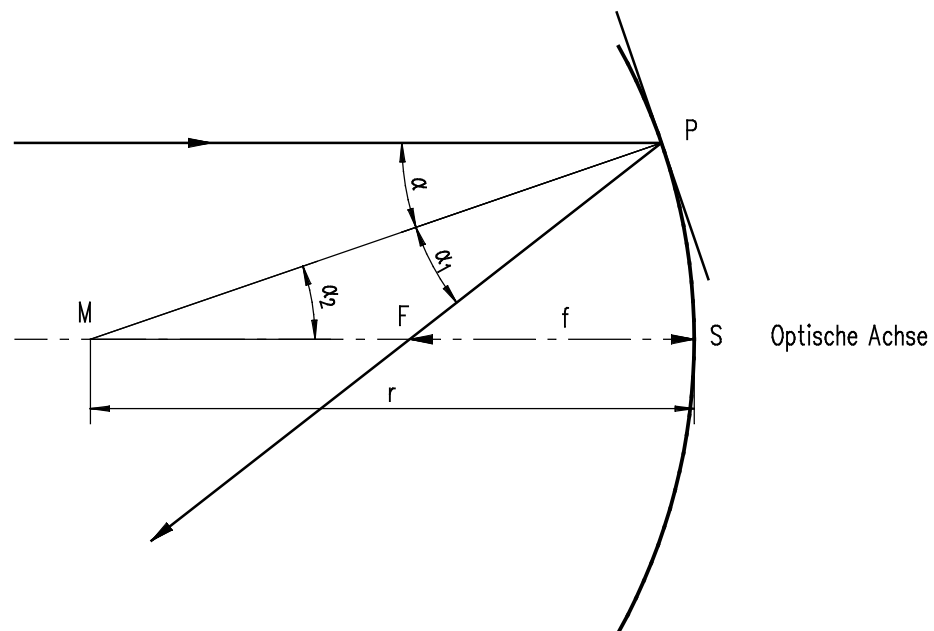


Abbildung 21 Zur Brechnung der Brennweite

Ein achsenparalleler Strahl trifft im Punkt P auf den Spiegel und wird zum Punkt F auf der optischen Achse reflektiert. Die Strecke \overline{FS} ist dabei die Brennweite f des Hohlspiegels.

Die Verbindungslinie vom Krümmungsmittelpunkt M zum Punkt P ist das Einfallslot für den betrachteten Strahl. Nach dem Reflexionsgesetz gilt somit $\alpha = \alpha_1$ und nach dem Satz über Wechselwinkel an Parallelen gilt $\alpha = \alpha_2$. Damit ist das Dreieck MFP gleichschenkelig und es gilt:

$$\overline{MF} = \overline{FP}$$

Verläuft der einfallende Strahl sehr nahe zur optischen Achse ist der Winkel PFS sehr klein und es gilt in guter Näherung:

$$\overline{PF} = \overline{FS}$$

Aus den beiden obigen Beziehungen folgt:

$$\overline{MF} = \overline{FS}$$

Und somit gilt für die **Brennweite f** bei einem Krümmungsradius r:

$$f = r / 2$$

Auf Grund der Näherung gilt diese einfache Aussage nicht für Parallelstrahlen mit größerem Abstand zur optischen Achse (Abbildung 22).

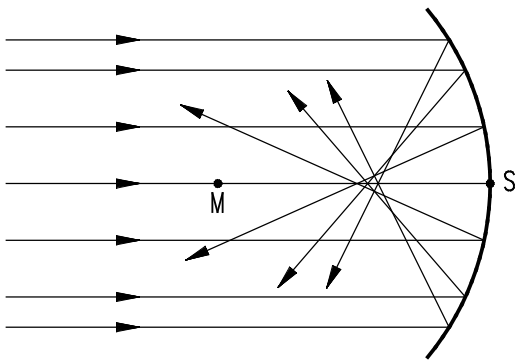


Abbildung 22 Reflexion paralleler Strahlen am sphärischen Hohlspiegel

Achsferne Strahlen werden zu einem Brennpunkt reflektiert, der näher am Scheitel S liegt. Einen mathematisch exakten Brennpunkt für alle achsenparallelen Strahlen liefert der **Parabolspiegel** (Abbildung 23).

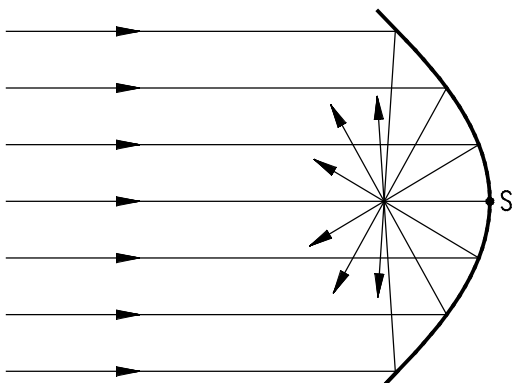


Abbildung 23 Reflexion paralleler Strahlen bei einem Parabolspiegel

Der Spiegel ist rotationssymmetrisch zur optischen Achse und hat als Querschnitt die Form einer Parabel. Parabolspiegel werden sehr häufig als Scheinwerfer, als Satellitenantenne oder zur Fokussierung des Sonnenlichtes auf einen Punkt genutzt.

Da die mathematische Behandlung des Parabolspiegels etwas aufwändiger ist, werden in den folgenden Betrachtungen nur achснаhe Parallelstrahlen an sphärischen Spiegeln behandelt.

Bildkonstruktion am Hohlspiegel (Konkavspiegel)

Zur Ermittlung der Art und Lage der Bilder bei sphärischen Spiegeln verwendet man Strahlen, deren Verlauf ohne Schwierigkeiten konstruiert werden kann:

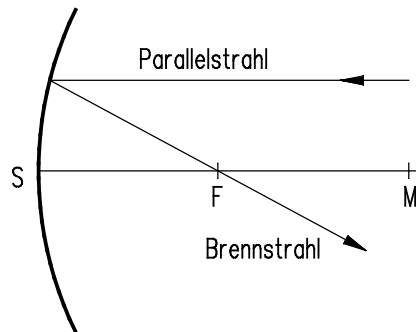


Abbildung 24 Reflexion von achsnahen Parallelstrahlen

1. Achsnahe Parallelstrahlen gehen nach der Reflexion durch den Brennpunkt und werden zu Brennstahlen.

Aus der Umkehrbarkeit des Lichtweges bei der Reflexion folgt:

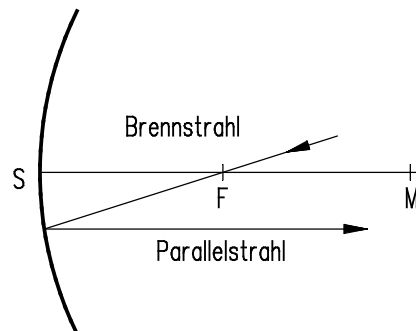


Abbildung 25 Reflexion von Brennstahlen

2. Brennstahlen werden zu Parallelstrahlen.

Strahlen, die durch den Mittelpunkt des Spiegels verlaufen heißen Mittelpunktstrahlen. Sie treffen senkrecht auf den Spiegel und es gilt:

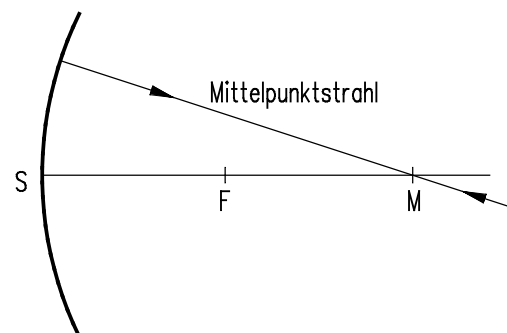


Abbildung 26 Reflexion von Mittelpunktstrahlen

3. Mittelpunktstrahlen werden in sich selbst reflektiert.

Für eine einfache Bildkonstruktion stellt man den Fußpunkt des Gegenstandes auf die optische Achse. Ein vom Fußpunkt ausgehender Lichtstrahl in Richtung der optischen Achse wird im Scheitel des Spiegels in sich selbst reflektiert, sodass der Fußpunkt des Bildes ebenfalls auf der optischen Achse liegt.

Zur exakten Bestimmung der Lage des Bildes, muss nur noch der Verlauf zweier Lichtstrahlen von der Spitze des Gegenstandes konstruiert werden. In ihrem Schnittpunkt befindet sich dann die Spitze des Bildes.

In einer Zeichnung ist es jedoch meist nicht möglich, achsennahe Strahlen zu verwenden. Da aber achsenferne Parallelstrahlen nach der Reflexion nicht genau durch den Brennpunkt verlaufen, wird eine Konstruktion des Bildes fehlerhaft.

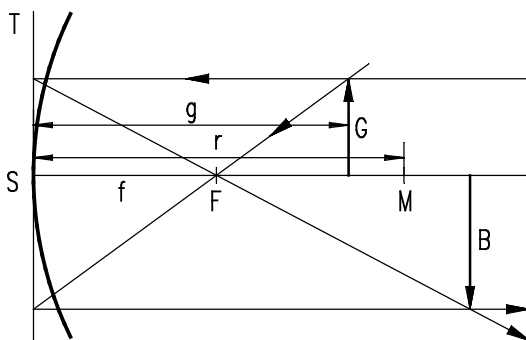


Abbildung 27 Bildkonstruktion mit der Tangentialebene für $f < g < r$

Zur Reduzierung dieses Fehlers zeichnet man die Strahlen bis zur **Tangentialebene T**, die senkrecht zur optischen Achse durch den Scheitelpunkt S des Spiegels verläuft, und dann durch den Brennpunkt (Abbildung 27).

Je nach der **Entfernung g des Gegenstandes** vom Spiegel werden vom Hohlspiegel virtuelle oder reelle Bilder erzeugt.

Liegt der **Abstand g zwischen der Brennweite und dem Spiegelradius** ($f < g < r$), schneiden sich die Lichtstrahlen nach der Reflexion. Es entsteht ein **reelles, vergrößertes Bild**. Die Bildrichtung ist **umgekehrt** (Abbildung 27).

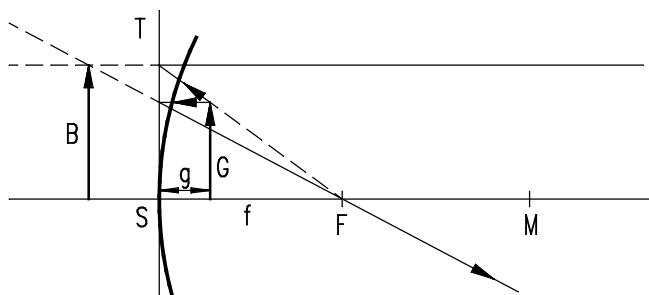


Abbildung 28 Bildkonstruktion für $g < f$

Befindet sich der **Gegenstand innerhalb der Brennweite** ($g < f$), so laufen die Lichtstrahlen nach der Reflexion auseinander (Abbildung 28). Für einen Beobachter vor dem Spiegel scheinen sie von einem Ort hinter der Spiegelebene auszugehen. Es entsteht ein **virtuelles, vergrößertes Bild**. Die Bildrichtung ist **aufrecht**.

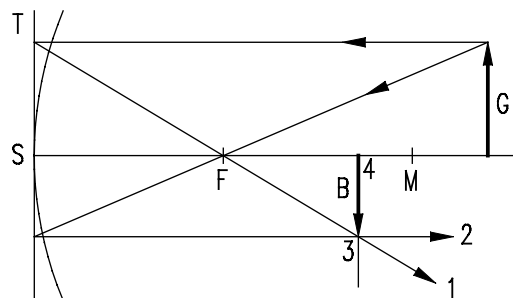
Für $g = r$ entsteht ein **umgekehrtes, reelles Bild**. Gegenstands- und Bildgröße sind **gleich**.

Befindet sich der Gegenstand **außerhalb des Krümmungsradius** ($g > r$) des Spiegels, entsteht ein **umgekehrtes, reelles Bild**, die Bildgröße ist **verkleinert**.

Lehrbeispiel 4

Konstruieren Sie das Bild eines 1,5 cm großen Gegenstandes, der 6,0 cm von einem Hohlspiegel ($r = 5 \text{ cm}$) entfernt steht!

Lösung



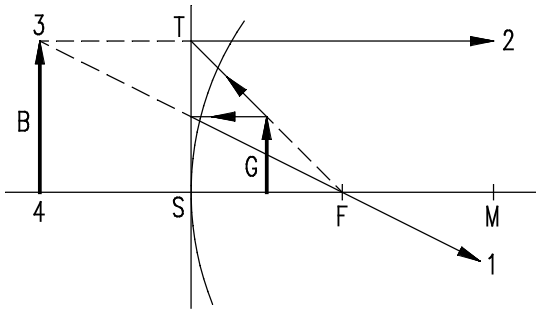
Konstruktionsanleitung

- $\overline{SF} = \overline{FM} = \text{Brennweite } f = \frac{r}{2} = \frac{5 \text{ cm}}{2} = 2,5 \text{ cm}$
- Durch die Pfeilspitze von G wird der Parallelstrahl bis zur Tangentialebene T gezeichnet. Er wird zum Brennstrahl (Strahl 1).
- Durch die Pfeilspitze von G wird der Brennstrahl gezeichnet, er wird zum Parallelstrahl (Strahl 2).
- Der Schnittpunkt der beiden Strahlen ist das Bild der Pfeilspitze (Punkt 3).
- Der Fußpunkt des Bildes liegt im gleichen Abstand von der Tangentialebene wie die Spitze (Punkt 4).

Lehrbeispiel 5

Gegeben ist ein Hohlspiegel mit einem Krümmungsradius $r = 4 \text{ cm}$. Ein Gegenstand von 1 cm Größe steht in einem Abstand von $g = 1 \text{ cm}$ vor dem Spiegel.

Konstruieren Sie das Bild!

Lösung**Konstruktionsanleitung**

- Durch die Pfeilspitze von G wird der Parallelstrahl bis zur Tangentialebene T gezeichnet. Er wird zum Brennstrahl (Strahl 1).
- Durch die Pfeilspitze von G wird der Brennstrahl gezeichnet, er wird zum Parallelstrahl (Strahl 2).
- Die beiden reflektierten Strahlen werden in den Raum hinter dem Spiegel verlängert. Der Schnittpunkt der beiden Strahlen ist das Bild der Pfeilspitze (Punkt 3).
- Der Fußpunkt des Bildes liegt im gleichen Abstand von der Tangentialebene wie die Spitze (Punkt 4).

Hohlspiegel werden für Spiegelfernrohre, Rasierspiegel, Autoscheinwerfer etc. verwendet.

Wölbspiegel (Konvexspiegel oder erhabener Spiegel)

Bei einem Wölbspiegel ist die erhabene Seite einer Kugelfläche verspiegelt.

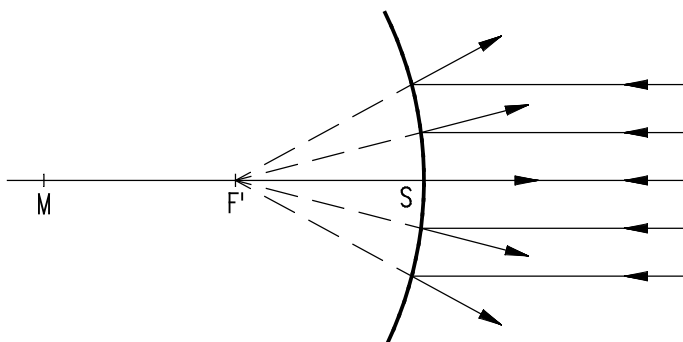


Abbildung 29 Reflexionsverhalten eines Wölbspiegels

Fällt ein paralleles Lichtbündel auf einen Wölbspiegel, so laufen die einzelnen Strahlen nach der Streuung auseinander, sie sind divergent. Die rückwärtigen Verlängerungen schneiden sich in einem Punkt, dem **scheinbaren Brennpunkt oder Zerstreuungspunkt F'** . Für die Lage des scheinbaren Brennpunktes gilt:

$$f = -\frac{1}{2} r$$

Das negative Vorzeichen berücksichtigt die Lage des Zerstreuungspunktes auf der Rückseite des Spiegels.

Bildkonstruktion am Wölbspiegel

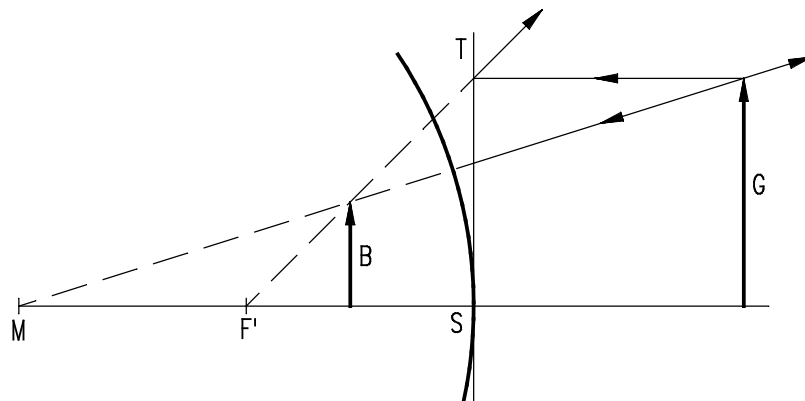


Abbildung 30 Bildkonstruktion am Wölbspiegel

Für die Bildkonstruktion am Wölbspiegel gelten die gleichen Überlegungen, wie beim Hohlspiegel (Abbildung 30). Da nach der Reflexion die Lichtstrahlen auseinander laufen, sind nur virtuelle Bilder möglich; es gilt:

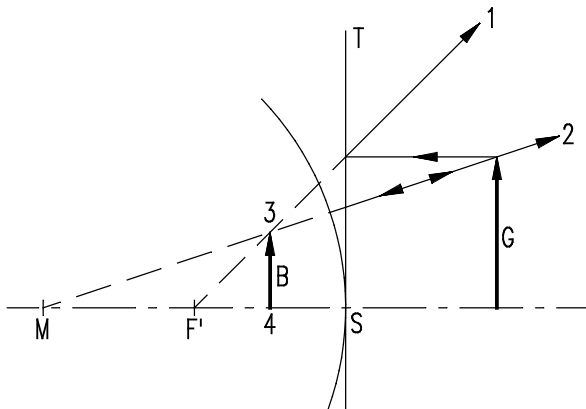
An einem Wölb- oder Konvexspiegel entsteht immer ein aufrechtes, verkleinertes, virtuelles Bild hinter dem Spiegel zwischen dem Zerstreuungspunkt F' und dem Scheitel S des Spiegels.

Anwendungen des Wölbspiegels sind z.B. Autorückspiegel und Überwachungsspiegel.

Lehrbeispiel 6

Gegeben ist ein Wölbspiegel mit einem Krümmungsradius $r = 4$ cm. Ein Gegenstand von 2 cm Größe steht in einem Abstand von $g = 2$ cm vor dem Spiegel.

Konstruieren Sie das Bild!

Lösung**Konstruktionsanleitung**

- Durch die Pfeilspitze von G wird der Parallelstrahl bis zur Tangentialebene T gezeichnet. Er wird zum Brennstrahl (Strahl 1).
- Durch die Pfeilspitze von G wird der Mittelpunktstrahl gezeichnet, er wird in sich selbst reflektiert (Strahl 2).
- Die beiden reflektierten Strahlen werden in den Raum hinter dem Spiegel verlängert. Der Schnittpunkt der beiden Strahlen ist das Bild der Pfeilspitze (Punkt 3).
- Der Fußpunkt des Bildes liegt im gleichen Abstand von der Tangentialebene wie die Spitze (Punkt 4).

2.2 Brechung

Wird ein gerader Stab schräg in ein mit Wasser gefülltes Gefäß gehalten, so scheint er an der Wasseroberfläche gekrümmt zu sein. Da der Stab jedoch unverändert gerade ist, muss der Weg des Lichts, das von dem unter der Wasseroberfläche liegenden Teil des Stabes das Auge erreicht, nicht gradlinig, sondern gekrümmt sein (Abbildung 31).

Die Richtungsänderung beim Übergang des Lichtes von einem Medium in ein anderes Medium nennt man Brechung des Lichts.

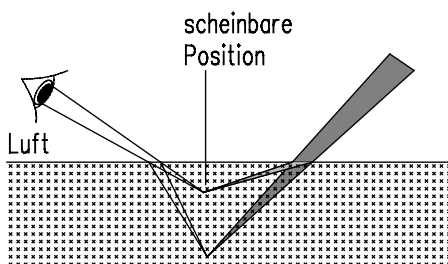


Abbildung 31 Lichtbrechung im Wasser

Experimentell kann die Lichtbrechung mit einer **optischen Scheibe** untersucht werden. Ein Halbzylinder aus Glas wird für die Untersuchung der Brechung so befestigt, dass das Einfallslot senkrecht auf der Mitte der Fläche steht (Abbildung 32).

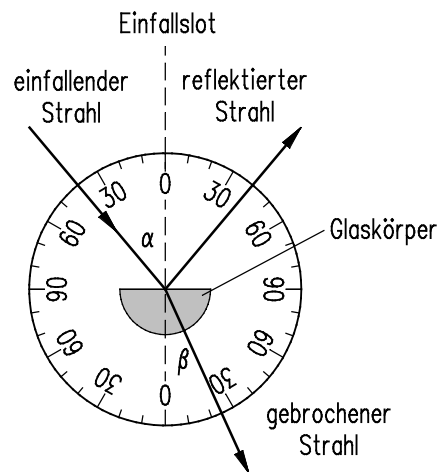


Abbildung 32 Untersuchung der Lichtbrechung mit der optischen Scheibe

Lässt man einen Lichtstrahl auf die Mitte dieser Ebene einfallen, so erkennt man auf Grund der Leuchtspuren, die der Strahl hinterlässt, dass ein geringer Teil der Strahlung entsprechend dem Reflexionsgesetz reflektiert wird. Der größte Teil des Strahles tritt in den Glaskörper ein und erfährt dabei eine Richtungsänderung, hier gilt:

Einfallender Strahl, Einfallslot, gebrochener Strahl (und natürlich reflektierter Strahl) liegen in einer Ebene.

Unter dem **Einfallswinkel** α versteht man den Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot. Der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahl und dem Einfallslot heißt **Brechungswinkel** β (Abbildung 32). Weitere Untersuchungen zeigen, dass ein senkrecht auf die Glasebene auftreffender Strahl ($\alpha = 0$) nicht gebrochen wird.

Der Brechungswinkel ist für jeden Übergang von einem Medium auf ein anderes verschieden. Daher wurde zur Bestimmung der Brechzahl als Bezugsmedium das Vakuum gewählt und dessen Brechzahl mit $n = 1$ festgelegt.

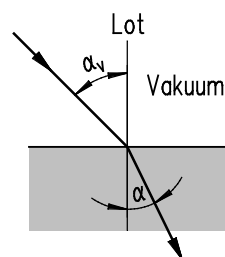


Abbildung 33 Lichtbrechung am Übergang vom Vakuum in einen Stoff

Mit dem Brechungsindex $n = 1$ für das Vakuum und mit den in Abbildung 33 angegebenen Winkeln gilt:

$$\frac{\sin \alpha_v}{\sin \alpha} = n$$

Die auf das Vakuum bezogene **Brechzahl** n eines Stoffes wird auch häufig als **absolute Brechzahl** oder **absoluter Brechungsindex** bezeichnet.

Ursache für die Brechung ist die unterschiedliche Geschwindigkeit des Lichtes in den einzelnen Medien. Eine Herleitung des Brechungsgesetzes wurde schon in der allgemeinen Wellenlehre durchgeführt, auch für Licht gilt:

$$\frac{\sin \alpha_v}{\sin \alpha} = \frac{c_0}{c} = n$$

Hierbei ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und c die Geschwindigkeit des Lichtes im entsprechenden Medium.

Der genaue Wert der Brechzahl eines Stoffes ist abhängig von der Wellenlänge des Lichtes, die hier jedoch nicht berücksichtigt wird. Bei Gasen hängt die Brechzahl zudem von der Temperatur und dem Druck ab. In der folgenden Tabelle sind die Brechzahlen n für einige Medien zusammengestellt.

Medium	n
Äthylalkohol	1,362
Benzol	1,501
Diamant	2,417
Flintglas (F 3)	1,613
Flintglas (SF 2)	1,648
Kanadabalsam	1,544
Kronglas (BK 7)	1,516
Kronglas (SK 1)	1,610
Luft (1013 h Pa)	$1,000272 \approx 1$
Quarzglas	1,548
Schwefelkohlenstoff	1,628
Steinsalz	1,542
Wasser	1,333

Tabelle 5 Brechungsindizes n (bei 20 °C), $\lambda = 589,3 \text{ nm}$

Lehrbeispiel 1

Berechnen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Schwefelkohlenstoff!

Lösung

Gegeben: $n = 1,628$; $c_0 = 3,00 \cdot 10^5 \text{ km/s}$

Gesucht: c

$$\begin{aligned}\frac{c_0}{c} &= n \\ \Leftrightarrow c &= \frac{c_0}{n} \\ \Rightarrow c &= \frac{3,00 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{1,628} \\ c &= \underline{\underline{1,84 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}}}\end{aligned}$$

Antwort: Die Lichtgeschwindigkeit beträgt in Schwefelkohlenstoff $1,84 \cdot 10^5 \text{ km/s}$.

In der Praxis ist der Übergang des Lichtes zwischen zwei beliebigen Medien von besonderem Interesse.

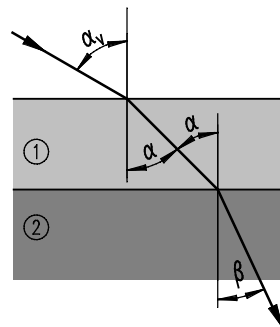


Abbildung 34 Brechung zwischen zwei beliebigen Medien 1 und 2

Nach Abbildung 34 gilt für den Übergang:

Vakuum – Medium 1: $\frac{\sin \alpha_v}{\sin \alpha} = n_1$

Medium 1 – Medium 2: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12}$

Multiplikation der beiden Gleichungen ergibt:

$$\frac{\sin \alpha_v}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_1 \cdot n_{12}$$

Mit $\frac{\sin \alpha_v}{\sin \beta} = n_2$ ergibt sich für den Brechindex n_{12} :

$$n_2 = n_1 \cdot n_{12},$$

woraus das nach seinem Entdecker Snellius (1620) benannte Brechungsgesetz für zwei beliebige Medien folgt:

Snelliussches Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$$

Auf Grund der Umkehrbarkeit des Lichtweges gilt beim Übergang des Lichtes von Medium 2 nach Medium 1 für die Brechzahl n_{21}

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_{21} = \frac{n_1}{n_2}$$

und somit

$$n_{12} = \frac{1}{n_{21}}.$$

Das Medium mit dem kleineren Winkel zum Einfallslot hin wird als das optisch dichtere Medium, das mit dem größeren Winkel als das optisch dünnere Medium bezeichnet, es gilt:

Beim Übergang des Lichtes vom optisch dichteren Medium ins optisch dünnere Medium wird das Licht vom Einfallslot weg gebrochen.

Auf Grund der Umkehrbarkeit des Lichtweges gilt:

Beim Übergang des Lichtes vom optisch dünneren Medium ins optisch dichtere Medium wird das Licht zum Einfallslot hin gebrochen.

Bei der optischen Scheibe in Abbildung 32 erkennt man, dass Glas optisch dichter ist als Luft ($\beta < \alpha$).

Sehr häufig wird der Brechungsindex anstatt auf Vakuum auf Luft bezogen. Die sich daraus ergebenden Abweichungen sind kleiner als 0,3 %. Auch ist es sinnvoll, den Brechungsindex für Luft bei technischen Anwendungen mit $n_{\text{Luft}} = 1$ anzusetzen.

Lehrbeispiel 2

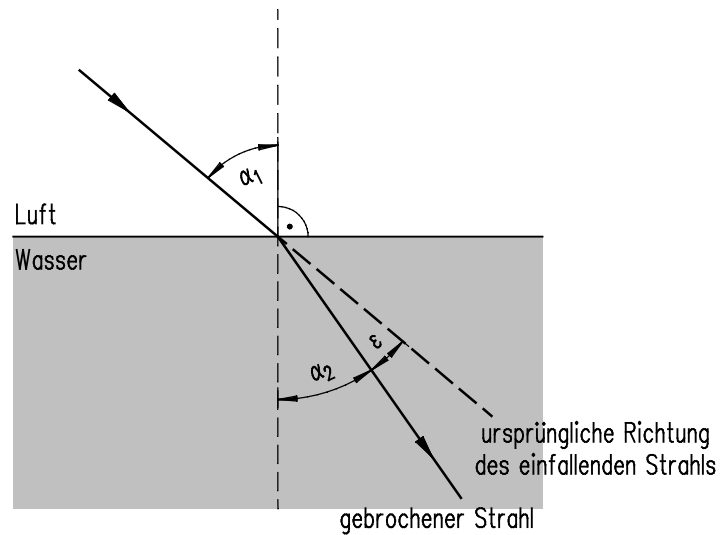
Ein Lichtstrahl trifft von Luft kommend mit einem Winkel von 50° auf eine Wasseroberfläche.

Berechnen Sie den Winkel, um den der Strahl in Wasser von seiner ursprünglichen Bahn abgelenkt wird!

Lösung

Gegeben: $\alpha_1 = 50^\circ$; $n_1 = 1$; $n_2 = 1,333$

Gesucht: ε



$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha_1$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1}{1,333} \cdot \sin 50^\circ$$

$$\alpha_2 = 35,08^\circ$$

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\varepsilon = 50^\circ - 35,08^\circ$$

$$\underline{\underline{\varepsilon = 14,92^\circ}}$$

Antwort: Der Lichtstrahl wird um ca. 15° aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt!

Planparallele Platte

Stellt man eine planparallele Glasplatte schräg auf eine Gerade, so erscheint die Gerade hinter der Platte parallel verschoben zu sein (Abbildung 35).

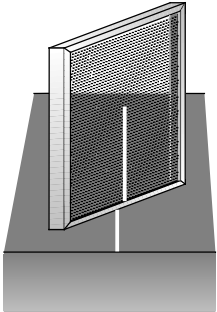


Abbildung 35 Parallelverschiebung einer Geraden hinter einer planparallelen Glasplatte

Ursache für diese scheinbare Parallelverschiebung ist die Brechung des von der Geraden ausgehenden Lichtes an der Glasplatte. Ein schräg auf die planparallele Glasplatte auftreffender Lichtstrahl verlässt die Platte unter dem Einfallswinkel. Es tritt daher keine Richtungsänderung des Strahles auf, sondern lediglich eine Parallelversetzung (Abbildung 37).

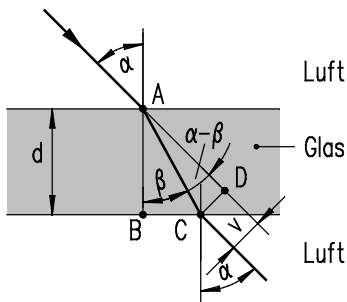


Abbildung 36 Berechnung der Parallelverschiebung

Die Größe der Parallelverschiebung v des Lichtstrahles berechnet sich mit den in Abbildung 36 angegebenen Größen wie folgt:

Aus dem Dreieck ABC berechnet sich die Strecke $\overline{AC} = s$ zu:

$$s = \frac{d}{\cos \beta}$$

Die Strecke v berechnet sich aus dem Dreieck ACD zu:

$$v = s \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

Aus beiden Gleichungen ergibt sich die **Parallelverschiebung des Lichtstrahles**:

$$v = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}$$

Die Parallelverschiebung des Lichtes an planparallelen Platten hat zur Folge, dass diese Platten dünner erscheinen, als sie in Wirklichkeit sind.

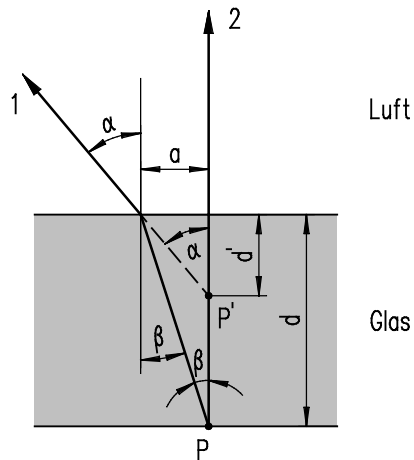


Abbildung 37 Zur Berechnung der scheinbaren Dicke einer parallelen Platte

Die scheinbare Dicke d' der Platte berechnet sich mit den in Abbildung 37 angegebenen Bezeichnungen wie folgt:

Der schräg von dem Punkt P an der Unterseite der Platte ausgehende Lichtstrahl 1 wird beim Austritt vom Lot weg gebrochen. Der senkrecht auf die Grenzfläche auftreffende Strahl 2 verläuft geradeaus. Ein Beobachter sieht den Schnittpunkt P' der beiden Strahlen 1 und 2, wodurch die Platte dünner erscheint. Die wahre Dicke d der Platte berechnet sich nach:

$$d = \frac{a}{\tan \beta}$$

Für die scheinbare Dicke d' gilt:

$$d' = \frac{a}{\tan \alpha}$$

Bildet man den Quotienten aus beiden Größen erhält man:

$$\frac{d'}{d} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$$

Das menschliche Auge nimmt nur ein sehr schmales Lichtbündel wahr, sodass die Winkel α und β sehr klein sind. Damit gilt $\tan \alpha \approx \sin \alpha$ und $\tan \beta \approx \sin \beta$ und der Quotient schreibt sich als:

$$\frac{d'}{d} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{n_{12}}$$

Damit gilt für die **scheinbare Dicke einer planparallelen Platte**:

$$d' = \frac{d}{n_{12}}$$

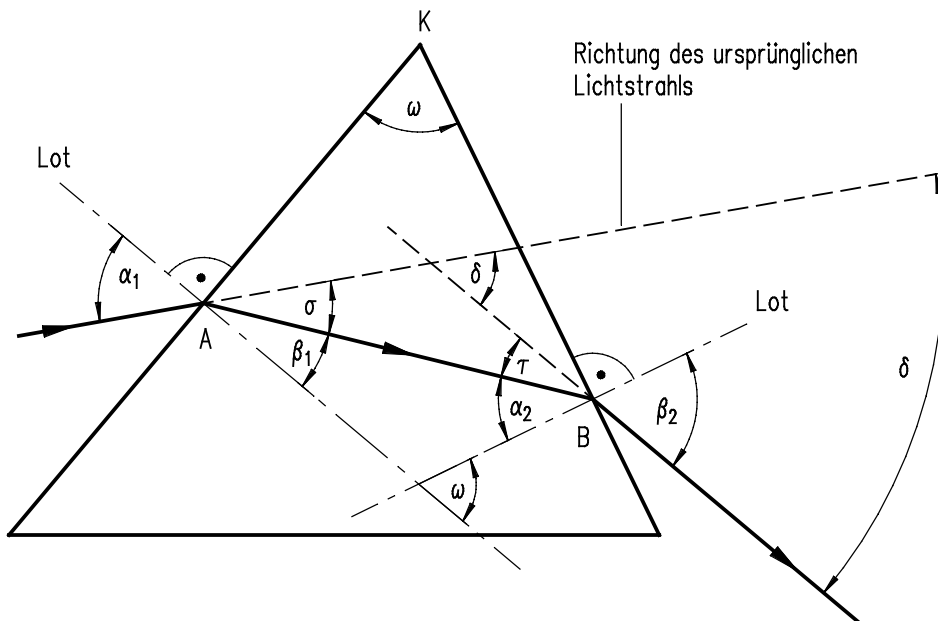
Ablenkprisma

Abbildung 38 Strahlengang durch ein Prisma

Trifft ein paralleler Lichtstrahl auf ein Prisma, erfolgt eine Ablenkung des Strahles. Den Strahlengang durch das Prisma zeigt Abbildung 38, es gilt:

Ein auf eine Seite des Prismas fallender Strahl wird von der brechenden Kante K weg gebrochen. Der Winkel zwischen den beiden Seitenflächen der brechenden Kante heißt brechender Winkel ω .

Die Ablenkung des Lichtstrahles aus seiner ursprünglichen Richtung erfolgt in zwei Schritten.

Beim Eintritt in das Prisma wird der Strahl um den Winkel $\sigma = (\alpha_1 - \beta_1)$ abgelenkt,

beim Verlassen des Prismas beträgt die Ablenkung $\tau = (\beta_2 - \alpha_2)$.

Somit gilt für den **Gesamtablenkwinkel δ** mit $\delta = \sigma + \tau$ folgende Gleichung:

$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\beta_2 - \alpha_2),$$

bzw. nach einigen Umformungen mit den Winkelsätzen am Dreieck

$$\delta = \alpha_1 + \beta_2 - \omega.$$

Lehrbeispiel 3

Ein Lichtstrahl trifft mit einem Winkel von 50° auf eine Seite eines Prismas ($n_{12} = 1,5$; $\omega = 40^\circ$).

Berechnen Sie den Ablenkwinkel δ und zeichnen Sie den Verlauf des Strahlengangs!

Lösung

Gegeben: $n_{12} = 1,5$; $\alpha_1 = 50^\circ$; $\omega = 40^\circ$

Gesucht: δ

Eintritt des Lichtstrahles in das Prisma:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n_{12}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin \alpha_1}{n_{12}}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin 50^\circ}{1,5}$$

$$\beta_1 = 30,7^\circ$$

Winkelberechnung im Prisma:

Im $\triangle ABK$ gilt:

$$\angle BAK = 90^\circ - \beta_1$$

$$\angle BAK = 59,3^\circ$$

$$\angle AKB = \omega = 40^\circ$$

$$\angle BAK + \omega + \angle KBA = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle KBA = 180^\circ - 40^\circ - 59,3^\circ$$

$$\angle KBA = 80,7^\circ$$

$$\alpha_2 = 90^\circ - \angle KBA$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 90^\circ - 80,7^\circ$$

$$\alpha_2 = 9,3^\circ$$

Austritt des Lichtstrahles aus dem Prisma:

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = \frac{1}{n_{12}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \beta_2 = n_{12} \cdot \sin \alpha_2$$

$$\sin \beta_2 = 1,5 \cdot \sin 9,3^\circ$$

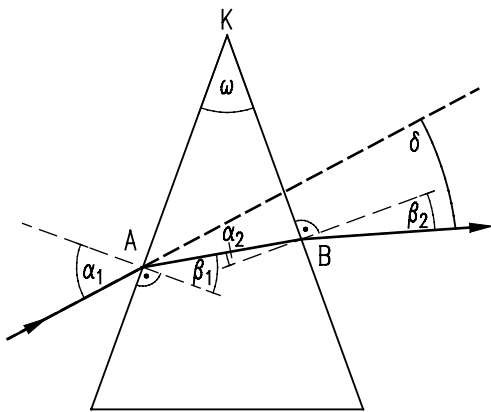
$$\beta_2 = 14,0^\circ$$

Berechnung der Ablenkung:

$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\beta_2 - \alpha_2)$$

$$\delta = 50^\circ - 30,7^\circ + 14^\circ - 9,3^\circ$$

$$\delta = 24^\circ$$



Antwort: Die Ablenkung des Lichtstrahles aus seiner ursprünglichen Richtung beträgt 24° !

Totalreflexion

Tritt Licht unter einem Einfallswinkel α vom optisch dichteren Medium (Brechungsindex n_1) in ein optisch dünneres Medium (Brechungsindex $n_2 < n_1$) ein, so wird der Strahl mit dem Ausfallwinkel β vom Einfallslot weggebrochen (Strahl 1 Abbildung 39). Wächst α , so wird schließlich $\beta = 90^\circ$.

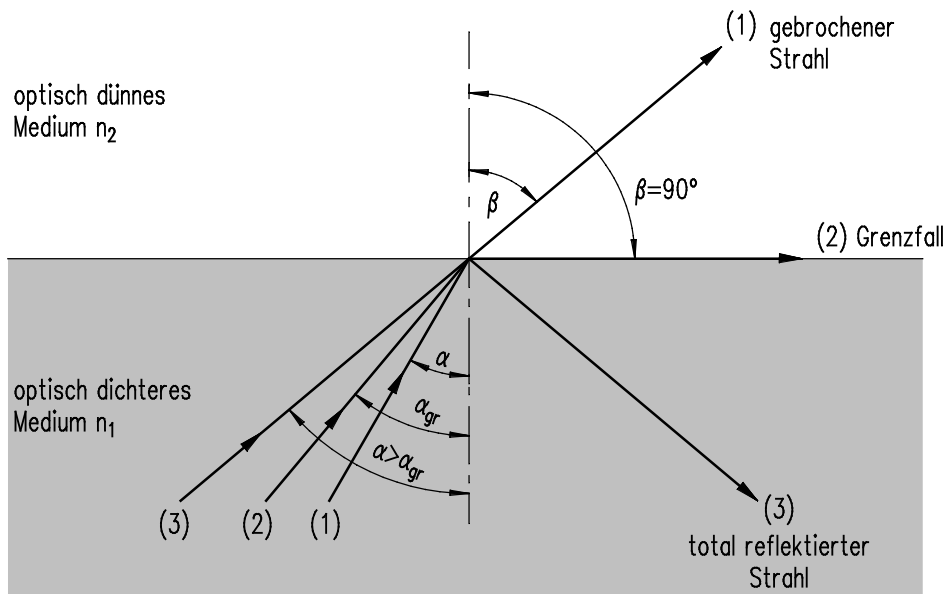


Abbildung 39 Winkel bei der Totalreflexion

Der Ausfallswinkel hat seinen größtmöglichen Wert erreicht, der Strahl tritt streifend zur Oberfläche aus (Strahl 2 Abbildung 39). Dieser Winkel α_{gr} heißt Grenzwinkel der Totalreflexion, für ihn gilt:

$$\frac{\sin \alpha_{gr}}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

$$\frac{\sin \alpha_{gr}}{\sin 90^\circ} = n_{12}$$

Wird der Einfallswinkel des Strahles größer als der Grenzwinkel, kann der Strahl das dichtere Medium nicht mehr verlassen und wird vollständig reflektiert (Strahl 3 Abbildung 39):

Fällt ein Lichtstrahl aus einem optisch dichteren Medium auf die Grenzfläche zu einem optisch dünneren Medium mit einem Winkel, der größer ist als der Grenzwinkel der Totalreflexion α_{gr} , so wird das Licht vollständig reflektiert.

Für den Grenzwinkel der Totalreflexion gilt:

$$\sin \alpha_{gr} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$$

Die Totalreflexion findet in vielen optischen Instrumenten Verwendung und spielt auch bei einigen Naturerscheinungen eine Rolle. Im Folgenden werden einige technische Anwendungen bzw. Naturerscheinungen der Totalreflexion kurz dargestellt.

Umkehrprismen

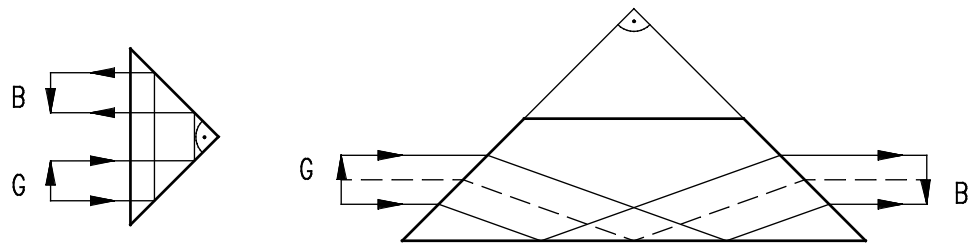


Abbildung 40 Strahlenverlauf in Umlenkprismen

Umkehrprismen bestehen aus gleichschenkelig-rechtwinkligen Glasprismen (Abbildung 40). Bei den gezeichneten Strahlengängen sind die Einfallswinkel beim Auftreffen auf die Grenzflächen Glas-Luft jeweils größer als der Grenzwinkel der Totalreflexion.

Eingesetzt werden Umkehrprismen in optischen Geräten, um ursprünglich seitenverkehrte oder auf dem Kopf stehende Bilder umzukehren. Da die Verluste durch Absorption des Lichtes an den polierten Glasoberflächen geringer sind als bei den metallbelegten Spiegeln, sind Umlenkprismen den Spiegeln überlegen.

Faseroptik

Die Totalreflexion des Lichtes ermöglicht es, Licht sich in einer **Glasfaser** ausbreiten zu lassen. Obwohl die Faser nicht gerade ist, verlässt sie das Licht unter bestimmten Bedingungen nicht. Abbildung 41 zeigt den vereinfachten Verlauf eines Lichtstrahles durch eine Glasfaser. Bei dieser Art der Lichtübertragung wird die Glasfaser auch **Lichtleiter** genannt.

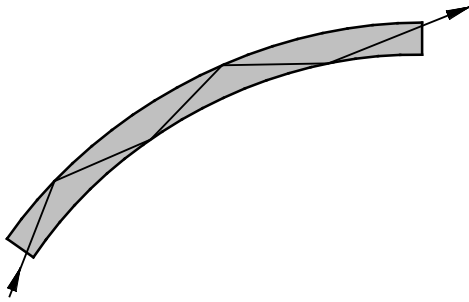
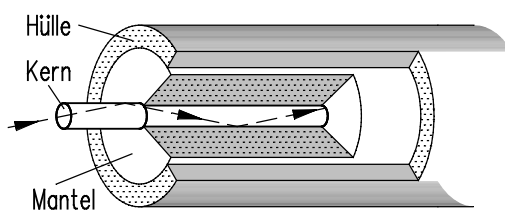


Abbildung 41 Lichtstrahl in einer Glasfaser

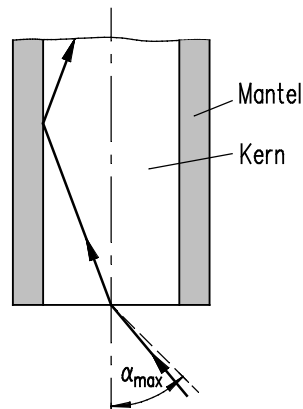
Anwendung finden Lichtleiter bei der Beleuchtung und optischen Untersuchung unzugänglicher Stellen in der Technik oder Medizin (Endoskope), der Materialbearbeitung mittels starker Laserimpulse oder bei der Signalübertragung.

Lichtleiter bestehen aus einem dünnen Glasfaserkern mit einem Durchmesser zwischen $10\text{ }\mu\text{m}$ und $100\text{ }\mu\text{m}$. Dieser Kern wird mit einem Mantel aus Glas mit etwas geringerer Brechzahl umhüllt. Als Schutz dient ein zusätzlicher Kunststoffmantel (Abbildung 42a).



a) Aufbau

Abbildung 42 Lichtleiter

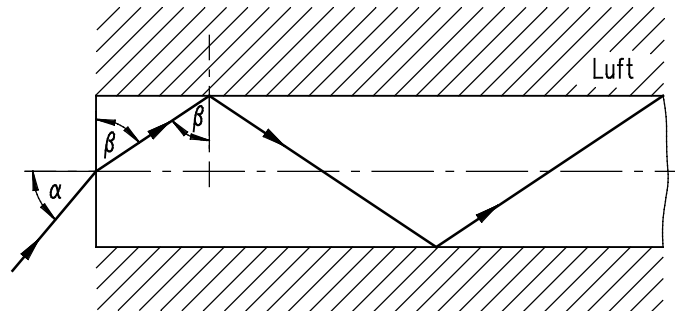


b) Strahlengang

Typische Brechzahlen in der Faseroptik liegen bei $n_K = 1,47$ für den Kern und $n_M = 1,45$ für den Mantel. Der Lichtstrahl bleibt durch die Totalreflexion im Glasfaserkern, wenn ein maximaler Einfallswinkel α_{\max} bei der Einspeisung des Lichtes nicht überschritten wird (Abbildung 42b). Für die obigen Brechzahlen von Kern und Mantel ergibt sich für den maximalen Einfallswinkel ein Wert von ca. $\alpha_{\max} = 19^\circ$.

Lehrbeispiel 5

Berechnen Sie die Brechzahl für die in der nachfolgenden Abbildung dargestellte Glasfaser, damit bei Einfallswinkel α bis 90° das eintretende Licht an der Grenzschicht Glas - Luft total reflektiert wird und nach beliebig vielen Reflektionen wieder aus der Faser austritt!



Lösung

Gegeben: $\alpha_{\max} = 90^\circ$

Gesucht: n_{12}

Nach dem Brechungsgesetz gilt beim Eintritt des Strahles:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin (90^\circ - \beta)} &= n_{12} \\ \Leftrightarrow \sin \alpha &= n_{12} \cdot \sin (90^\circ - \beta) \\ \Leftrightarrow \sin \alpha &= n_{12} \cdot \cos \beta \\ \Leftrightarrow \cos \beta &= \frac{\sin \alpha}{n_{12}} \end{aligned}$$

Für die Totalreflexion muss der Winkel β folgende Bedingung erfüllen:

$$\begin{aligned} \sin \beta &> \sin \beta_{\text{gr}} = n_{21} = \frac{1}{n_{12}} \\ \text{mit } \sin \beta &= \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \text{ folgt} \\ \sin \beta &= \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_{12}^2}} = \frac{1}{n_{12}} \cdot \sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 \alpha} > \frac{1}{n_{12}} \\ \Leftrightarrow \sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 \alpha} &> 1 \\ \Rightarrow n_{12}^2 - \sin^2 \alpha &> 1 \\ \text{für } \alpha_{\max} &= 90^\circ \text{ folgt} \\ n_{12}^2 - 1 &> 1 \\ \Leftrightarrow n_{12}^2 &> 2 \\ \Rightarrow n_{12} &> \sqrt{2} \\ \underline{\underline{n_{12} &> 1,4}} \end{aligned}$$

Antwort: Die Brechzahl der Glasfaser muss größer als 1,4 sein.

Luftspiegelungen

Eine auf der Totalreflexion des Lichtes beruhende Erscheinung in der Natur ist die Luftspiegelung.

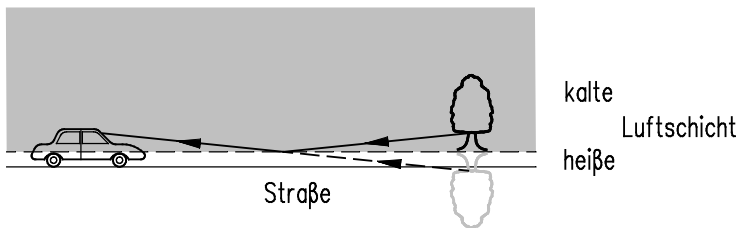


Abbildung 43 Luftspiegelung über einer Fahrbahn

Bei starker Sonneneinstrahlung wird z.B. die Luft über dem Asphalt der Straße stark erhitzt. Da wärmere Luft optisch dünner ist als kältere, kann es an der Grenzfläche heiße Luftschicht - kalte Luftschicht zur Totalreflexion kommen. Ein Autofahrer sieht ferne Gegenstände gespiegelt unter der erhitzten Fahrbahn (Abbildung 43). Spiegelt sich der Himmel auf diese Weise, glaubt ein Fahrer eine Wasseroberfläche auf der Fahrbahn zu sehen.

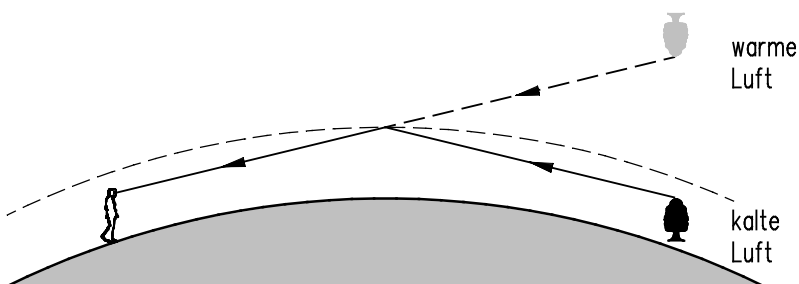


Abbildung 44 Luftspiegelung an hohen Luftschichten

Über Wüsten oder großen Wasserflächen bilden sich gelegentlich wärmere Luftschichten in größerer Höhe. Durch die wärmeren und damit optisch dünneren Schichten werden von der Oberfläche kommende Lichtstrahlen total reflektiert. Gegenstände, die noch weit hinter dem Horizont liegen erscheinen am Himmel gespiegelt (Abbildung 44). Diese als **Fata Morgana** bezeichnete Erscheinung ermöglicht es, umgekehrte Bilder von Oasen in der Wüste oder umgekehrte Bilder von Schiffen über dem Wasser zu sehen, obwohl diese noch weit außer Sichtweite sind.

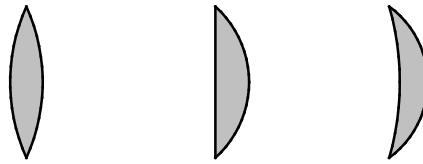
2.3 Abbildungen

Die Lichtbrechung in den optischen Geräten tritt am häufigsten an Linsen aus Glas oder Kunststoff auf. Dabei ist die Brechzahl des umgebenden Mediums in der Regel kleiner als die Brechzahl der Linse.

Sind die Oberflächen der Linsen Teile von Kugelflächen spricht man von **sphärischen Linsen**. Die Begrenzungsflächen der Linsen können erhaben (**konvex**), hohl (**konkav**) oder eben (**plan**) sein.

Linsen mit Kugelflächen haben den Vorteil, dass sie sehr präzise mit geringem Aufwand herzustellen sind. Durch die Kombination mehrerer Linsen unterschiedlicher Größe, Form und Brechmaterialien können heute fast alle Anforderungen an die Bildqualität erfüllt werden.

Sammel- oder Konvexlinsen

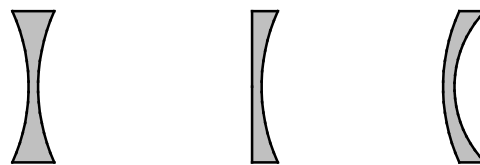


bikonvex plankonvex konkavkonvex

Abbildung 45 Formen der Konvexlinsen

In Abbildung 45 sind die verschiedenen Arten der Sammel- oder Konvexlinsen dargestellt. Sie sind in der Mitte dicker als am Rand.

Zerstreuungs- oder Konkavlinsen



bikonkav plankonkav konvexkonkav

Abbildung 46 Formen der Konkavlinsen

Alle Konkavlinsen sind, wie Abbildung 46 zeigt, am Rand dicker als in der Mitte.

Lichtbrechung an optischen Linsen

Die Brechung des Lichtes an Linsen wird verständlich, wenn man sich die Linsen aus einzelnen Prismen zusammengesetzt denkt (Abbildung 47).

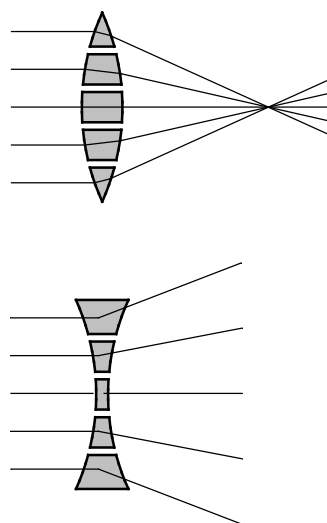
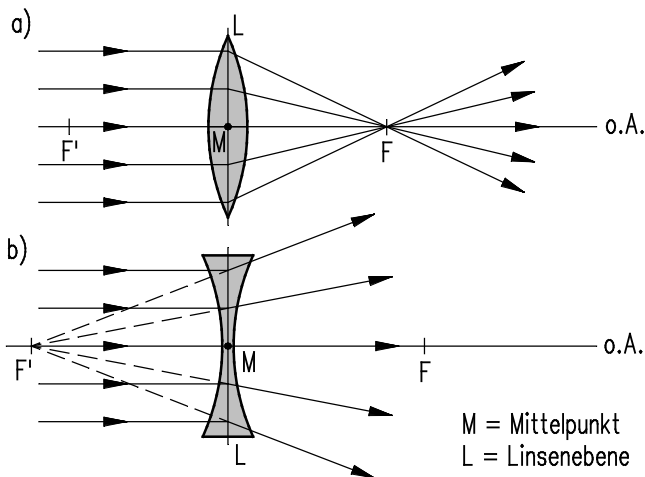


Abbildung 47 Lichtbrechung an optischen Linsen

Die Lichtbrechung kann für jeden Strahl durch die Berechnung des Gesamtablenkwinkels δ an jedem einzelnen Prisma, im Grenzfall von sehr kleiner Höhe, berechnet werden.

Achsennahe Parallelstrahlen werden bei einer Sammellinse so gebrochen, dass sie durch einen Punkt, den Brennpunkt F , gehen (Abbildung 48a).



F, F' Brennpunkte

Abbildung 48 Strahlengang bei sphärischen Linsen: a) Sammellinse, b) Zerstreuungslinse

Fallen Parallelstrahlen auf eine Zerstreuungslinse, dann werden sie so gebrochen, dass sie von dem scheinbaren Brennpunkt F' zu kommen scheinen (Abbildung 48b).

Alle durch eine Linse gehenden Strahlen werden zweimal gebrochen. Für **dünne Linsen**, die Dicke der Linse ist klein gegenüber dem Radius der Kugeloberflächen, kann die doppelte Brechung durch eine einmalige Brechung an der **Linsenebene L** ersetzt werden (Abbildung 48). Dabei steht die Linsenebene senkrecht auf der **optischen Achse o.A.** und schneidet diese im **Mittelpunkt M** der Linse, symmetrisch zu den **Brennpunkten F und F'**. Der Abstand der Brennpunkte F und F' von der Linsenebene ist dabei die **Brennweite f** der Linse.

Da auch eine Bildkonstruktion bei Linsen nur mit achsennahen Strahlen nicht immer möglich ist, zeichnet man, um richtige Ergebnisse zu bekommen, statt der Brechung an den beiden Linsenoberflächen nur die Brechung an der Linsenebene L.

Schräg zur optischen Achse einfallender Parallelstrahl

Für die Behandlung von optischen Geräten sind schräg einfallende Parallelstrahlen von großer Bedeutung, da Licht von unendlich fernen Punkten näherungsweise parallel verläuft und unter unterschiedlichen Winkeln auf die Linse trifft.

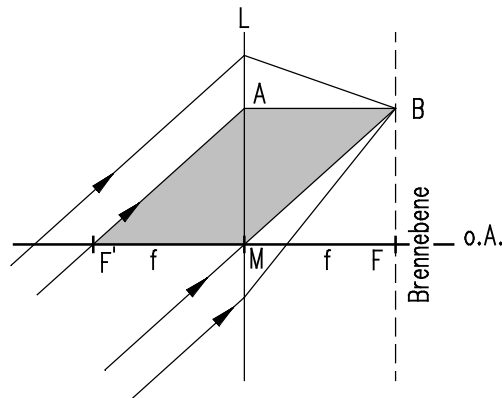


Abbildung 49 Brechung eines schräg einfallenden Lichtbündels

Abbildung 49 zeigt den Strahlenverlauf für ein schräg einfallendes Lichtbündel bei dünnen Linsen. Aus der Brechung von Haupt- und Parallelstrahl ergibt sich der Bildpunkt B. Aus der Kongruenz der Dreiecke $F'MA$ und MBA folgt, dass der Bildpunkt B den gleichen Abstand zur Linsenebene hat wie der Brennpunkt F. Die Ebene senkrecht zur optischen Achse im Brennpunkt F wird mit **Brennebene** bezeichnet, und es gilt:

Schräg einfallende Parallelstrahlen werden bei dünnen Linsen in der Brennebene abgebildet.

Bildkonstruktion an dünnen, sphärischen Linsen

Zur Bildkonstruktion werden bei den optischen Linsen drei besondere Strahlen verwandt.

1. **Achsennahe Parallelstrahlen werden nach dem Durchgang durch die Linse zu Brennstrahlen.**

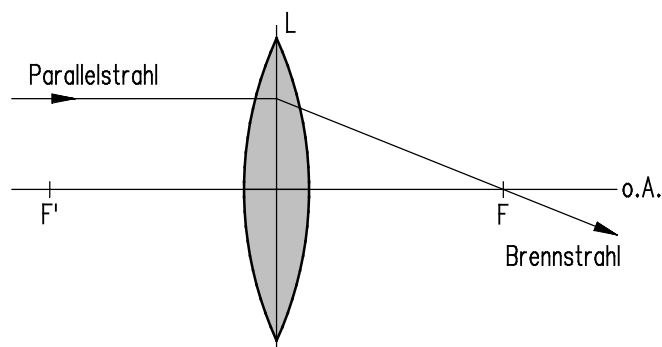


Abbildung 50 Brechung von Parallelstrahlen

Aus der Umkehrbarkeit des Lichtweges folgt auch bei den optischen Linsen:

2. Brennstrahlen werden zu Parallelstrahlen.

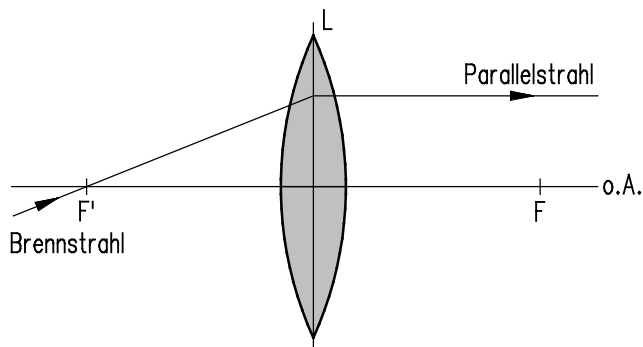


Abbildung 51 Brechung von Brennstrahlen

3. Hauptstrahlen sind Strahlen, die auf die Linsenmitte auftreffen und keine Brechung erfahren.

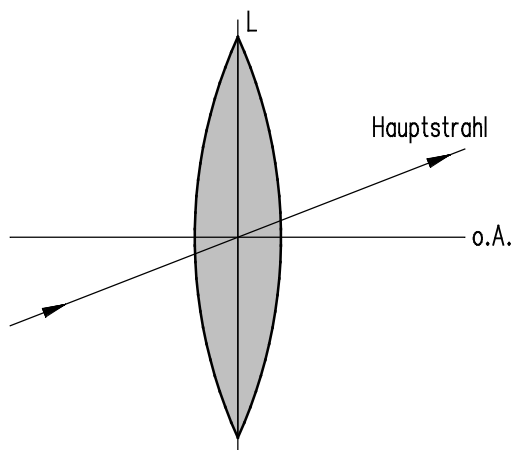


Abbildung 52 Verlauf des Hauptstrahles

Wird für die Bildkonstruktion der Fußpunkt des Gegenstandes auf die optische Achse gelegt, braucht, wie bei den sphärischen Spiegeln, für die genaue Lage und Größe des Bildes nur noch die Spitze des Gegenstandes mit zwei der obigen Strahlen konstruiert zu werden.

Bildkonstruktion an Sammellinsen (Konvexlinsen)

Art, Größe und Lage des Bildes, das von einer Konvexlinse erzeugt wird, sowie der **Abstand** des Bildes von der Linsenebene (**Bildweite b**), hängen von dem **Abstand des Gegenstandes (Gegenstandsweite g)** zur Linse ab. Es sind dabei fünf Fälle zu betrachten:

Gegenstandsweite $0 < g < f$

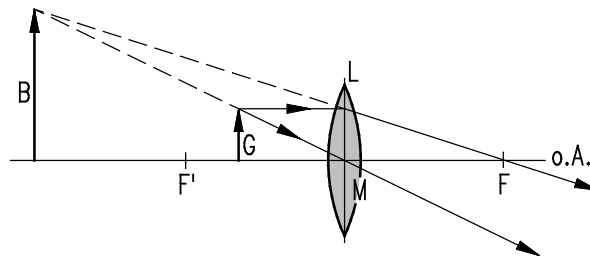


Abbildung 53 Bildkonstruktion für $0 < g < f$

Die Bildkonstruktion mit dem Hauptstrahl und dem Parallelstrahl ergibt nach dem Durchgang durch die Linse einen divergenten (auseinander verlaufenden) Strahlenverlauf. Die rückwärtige Verlängerung der Strahlen ergibt einen scheinbaren Schnittpunkt auf der Gegenstandsseite der Linse. Es entsteht ein vergrößertes, aufrechtes, virtuelles Bild (Abbildung 53).

Gegenstandsweite $g = f$

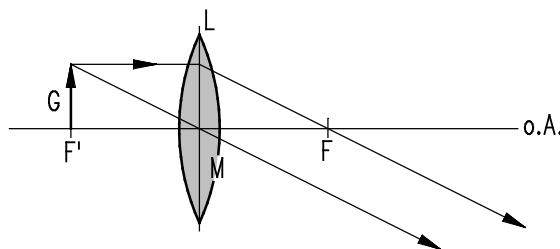


Abbildung 54 Bildkonstruktion für $g = f$

Die Konstruktionsstrahlen verlaufen nach dem Durchgang durch die Linse parallel und schneiden sich nicht im Endlichen (Abbildung 54). Es ist kein Bild sichtbar. Das Bild liegt im Unendlichen ($b = \infty$) und hat unendliche Größe.

Gegenstandsweite $f < g < 2 \cdot f$

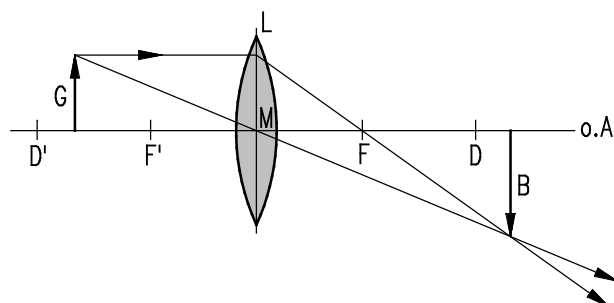


Abbildung 55 Bildkonstruktion für $f < g < 2 \cdot f$

Der Gegenstand befindet sich zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite, d.h. zwischen F' und D' in Abbildung 55. Parallel- und Hauptstrahl verlaufen nach dem Linsendurchgang konvergent (zusammen verlaufend) (Abbildung 55). Es entsteht ein reelles, umgekehrtes und vergrößertes Bild. Die Bildweite ist größer als die doppelte Brennweite ($b > 2 \cdot f$).

Gegenstandsweite $g = 2 \cdot f$

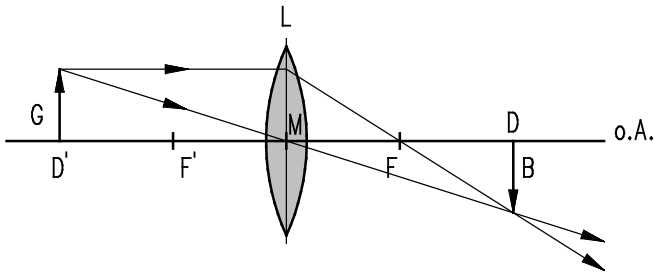


Abbildung 56 Bildkonstruktion für $g = 2 \cdot f$

Das Bild (Abbildung 56) ist reell, umgekehrt und gleichgroß wie der Gegenstand ($G = B$). Bild- und Gegenstandsweiten sind gleich groß ($b = g$).

Gegenstandsweite $g > 2 \cdot f$

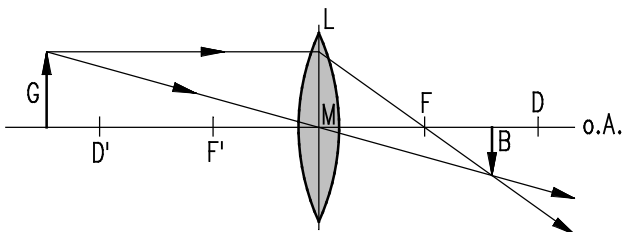


Abbildung 57 Bildkonstruktion für $g > 2 \cdot f$

Die Bildweite liegt zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite ($f < b < 2f$). Das verkleinerte Bild ist umgekehrt und reell (Abbildung 57).

Lehrbeispiel 1

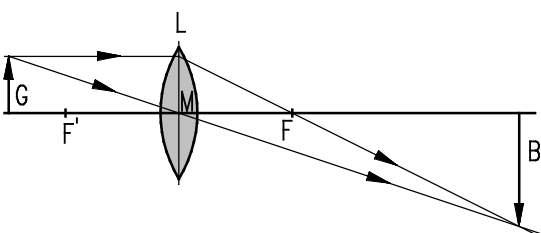
Vor einer Konvexlinse mit der Brennweite $f = 3,0 \text{ cm}$ steht ein $1,5 \text{ cm}$ großer Gegenstand in einem Abstand von $4,5 \text{ cm}$ vor der Linsenebene.

Konstruieren Sie das Bild und bestimmen Sie Art, Lage und grafisch die Größe und die Bildweite des Bildes!

Lösung

Gegeben: $f = 3,0 \text{ cm}$; $G = 1,5 \text{ cm}$; $g = 4,5 \text{ cm}$

Gesucht: B; g; Bildart; Bildlage



(Zeichnung im Maßstab 1:2)

Aus der Bildkonstruktion wird die Bildweite mit $b = 9,00 \text{ cm}$ und die Bildgröße $B = 3,00 \text{ cm}$ ermittelt. Das Bild ist reell und umgekehrt.

Bildkonstruktion an Zerstreuungslinsen (Konkavlinsen)

Lichtstrahlen sind nach dem Durchlaufen einer Konkavlinse divergent, sie laufen auseinander (Abbildung 58).

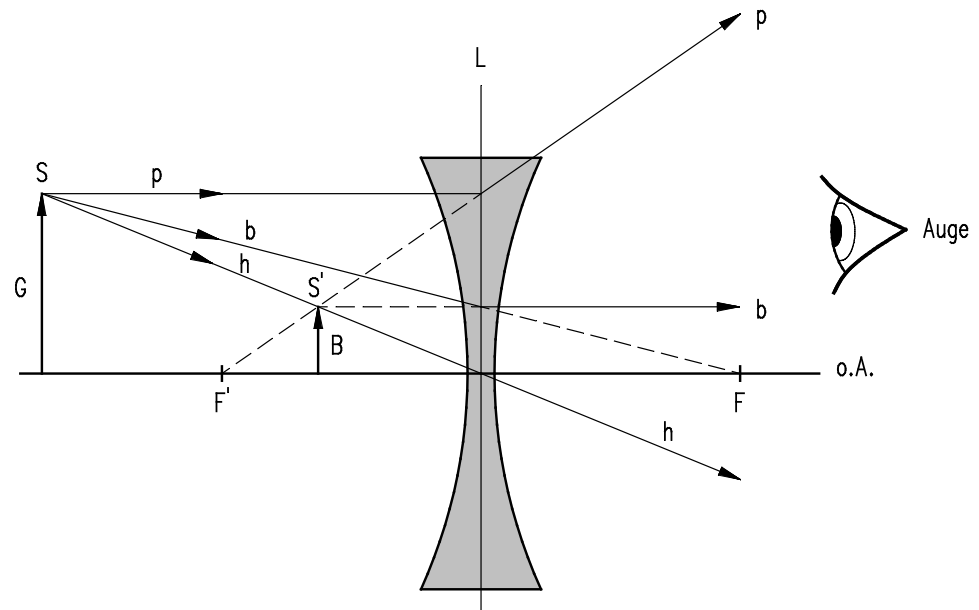


Abbildung 58 Bildkonstruktion bei einer Konkavlinse

Für das durch die Konkavlinse blickende Auge scheinen Parallelstrahl p, Brennpunktstrahl b und Hauptstrahl h vom Punkt S' her zu kommen.

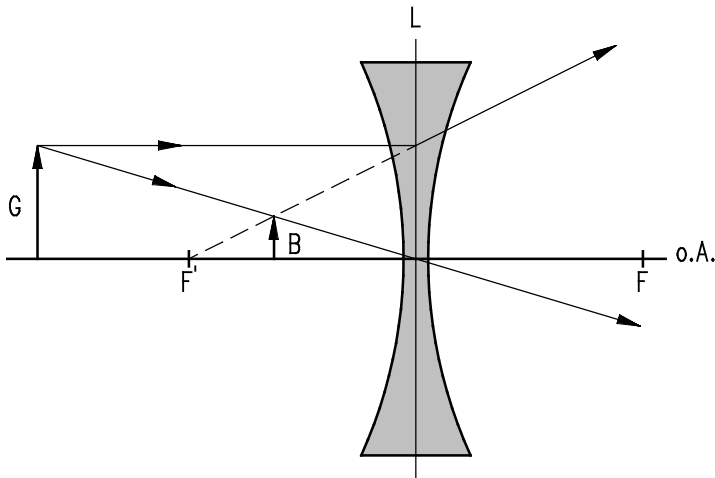
Gegenstand und Bild liegen bei der Konkavlinse immer auf derselben Seite.

Konkavlinsen erzeugen nur aufrechte und verkleinerte virtuelle Bilder.

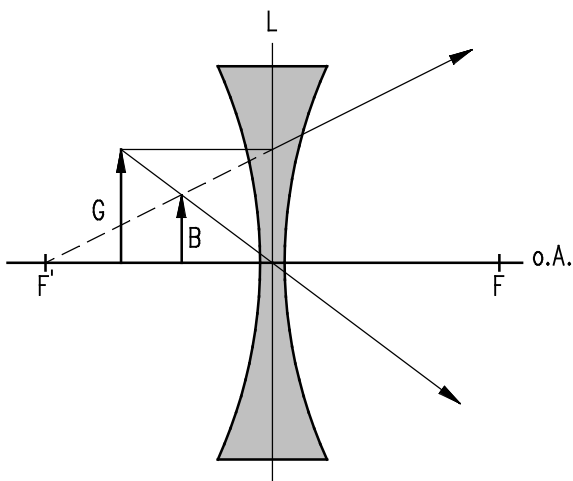
Lehrbeispiel 2

Ein Gegenstand mit einer Gegenstandsgröße $G = 1,5 \text{ cm}$ wird durch eine Konkavlinse mit der Brennweite $f = 3 \text{ cm}$ abgebildet.

- 2.1 Konstruieren Sie das Bild bei einer Gegenstandsweite von 5 cm und bestimmen Sie Art, Lage und grafisch die Größe und die Bildweite des Bildes!
- 2.2 Konstruieren Sie das Bild bei einer Gegenstandsweite von 2 cm und bestimmen Sie Art, Lage und grafisch die Größe und die Bildweite des Bildes!

Lösung**Lehrbeispiel 2.1**

Die Bildgröße B beträgt 0,56 cm bei einer Bildweite von $b = 1,9$ cm. Es entsteht ein virtuelles, aufrechtes Bild kleinerer Größe.

Lehrbeispiel 2.2

Es entsteht ein virtuelles, aufrechtes Bild der Größe 0,9 cm mit einem Abstand von 1,2 cm zur Linsenebene.

Mathematische Gesetze der Linsenabbildung

Zur Herleitung des mathematischen Zusammenhanges zwischen Gegenstandsgröße G , Bildgröße B , Gegenstandsweite g , Bildweite b und Brennweite f bei der Abbildung durch dünne sphärische Linsen, dient der Strahlenverlauf bei der Bildkonstruktion (Abbildung 59).

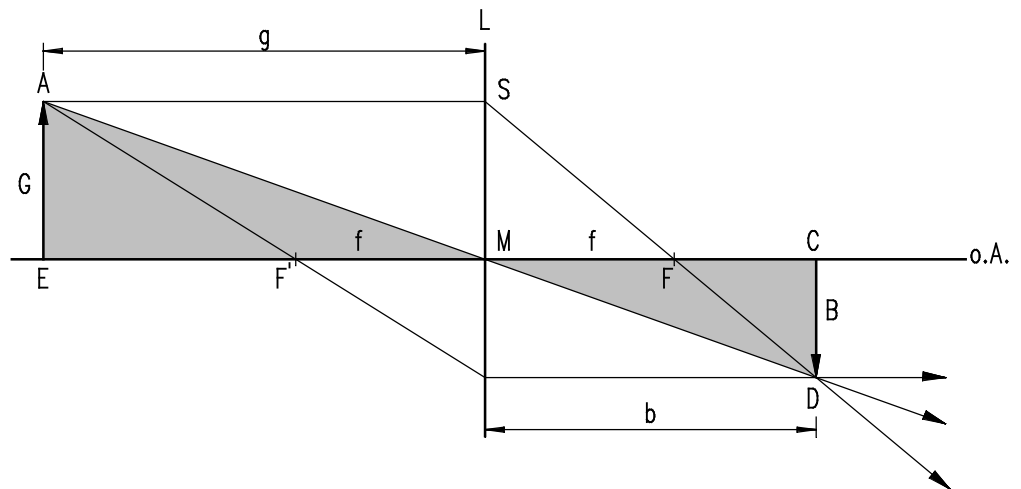


Abbildung 59 Zur Herleitung des Abbildungsmaßstabes und der Abbildungsformel

Nach dem zweiten Strahlensatz gilt für die ähnlichen Dreiecke AEM und MDC in Abbildung 59

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

und für den Abbildungsmaßstab A:

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

Für die ähnlichen Dreiecke SMF und FDC ergibt der Strahlensatz:

$$\frac{B}{G} = \frac{b-f}{f}$$

Mit dem Abbildungsmaßstab ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{b}{g} &= \frac{b-f}{f} \\ \Leftrightarrow b \cdot f &= b \cdot g - f \cdot g \\ \Leftrightarrow \frac{1}{g} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \end{aligned}$$

Aus dieser Gleichung folgt:

Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Die Herleitung der Abbildungsgleichung wurde am Strahlenverlauf einer konvexen Linse bei der Erzeugung eines reellen Bildes durchgeführt. Sie ist jedoch für alle Abbildungen von sphärischen Linsen gültig, wobei folgende Vorzeichenregelung beachtet werden muss:

Vorzeichenregeln

Befinden sich Gegenstand und Bild auf derselben Seite der Linse (virtuelles Bild), ist die Bildweite b negativ.

Die Brennweite von Zerstreuungslinsen ist negativ.

Beim Abbildungsmaßstab A entfällt die Berücksichtigung des Vorzeichens. Bei der Berechnung von virtuellen Bildern (b ist negativ) gilt:

$$A = \frac{B}{G} = \frac{-b}{g}$$

In Tabelle 6 ist eine Zusammenfassung der Beträge von Gegenstandsgröße G , Bildgröße B , Gegenstandsweite g , Bildweite b und Brennweite f für Abbildungen mit dünnen sphärischen Linsen angegeben.

Betrag der Gegenstandsweite g	Betrag der Bildweite b	Betrag der Bildgröße B	Betrag des Abbildungsmaßstabes A	Bildart
Konvexlinse				
$g \rightarrow \infty$	$b = f$	$B \rightarrow 0$	$A \rightarrow 0$	verkleinert, umgekehrt, reell
$g > 2f$	$2f > b > f$	$B < G$	$0 < A < 1$	verkleinert, umgekehrt, reell
$g = 2f$	$b = 2f$	$B = G$	$A = 1$	gleich groß, umgekehrt, reell
$2f > g > f$	$b > 2f$	$B > G$	$A > 1$	vergrößert, umgekehrt, reell
$g = f$	$b \rightarrow \infty$	$B \rightarrow \infty$	$A \rightarrow \infty$	vergrößert, umgekehrt, reell
$g < f$	$-\infty < b < M$	$B > G$	$A > 1$	vergrößert, aufrecht, virtuell
Konkavlinse				
g an beliebiger Stelle vor der Linse	$b < f$	$B < G$	$0 < A < 1$	verkleinert, aufrecht, virtuell

Tabelle 6 Zusammenfassung der Abbildungen an dünnen sphärischen Linsen

Lehrbeispiel 3

Das Bild einer Sammellinse ($f = 7,5 \text{ cm}$) liegt mit einem Abstand von 5 cm von der Linsenebene auf derselben Seite der Linse wie der Gegenstand.

Berechnen Sie die Gegenstandsweite und den Abbildungsmaßstab!

Lösung

Gegeben: $f = 7,5 \text{ cm}$; $b = -5,0 \text{ cm}$ (Bild und Gegenstand auf derselben Seite)

Gesucht: g ; A

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{7,5 \text{ cm}} - \frac{1}{-5 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{g = 3,0 \text{ cm}}}$$

$$A = \frac{-b}{g}$$

$$A = \frac{-(-5,0 \text{ cm})}{3,0 \text{ cm}}$$

$$A = \frac{5}{3}$$

Antwort: Die Gegenstandsweite beträgt 3,0 cm, der Abbildungsmaßstab 5/3.

Lehrbeispiel 4

Eine Konvexlinse ($f = 3,5 \text{ cm}$) erzeugt von einem 7,5 cm großen Gegenstand ein aufrecht stehendes Bild in einer Entfernung von 8,8 cm von der Linsenebene.

Berechnen Sie die Größe des Bildes!

Lösung

Gegeben: $f = 3,5 \text{ cm}$; $G = 7,5 \text{ cm}$; $b = -8,8 \text{ cm}$

Gesucht: B

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{3,5 \text{ cm}} - \frac{1}{-8,8 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{g = 2,504 \text{ cm}}}$$

$$A = \frac{B}{G} = \frac{-b}{g}$$

$$B = G \cdot \frac{-b}{g}$$

$$B = 7,5 \text{ cm} \cdot \frac{-(-8,8 \text{ cm})}{2,504 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{B = 26,4 \text{ cm}}}$$

Antwort: Die Bildgröße beträgt 26 cm.

Lehrbeispiel 5

Eine Konkavlinse erzeugt von einem 15,2 cm großen Gegenstand ein 3,8 cm großes Bild. Der Gegenstand befindet sich 9,5 cm vor der Linsenebene.

Berechnen Sie die Brennweite der Linse!

Lösung

Gegeben: $G = 15,2 \text{ cm}$; $B = 3,8 \text{ cm}$; $g = 9,5 \text{ cm}$

Gesucht: f

$$\frac{-b}{g} = \frac{B}{G}$$

$$b = -g \cdot \frac{B}{G}$$

$$b = -9,5 \text{ cm} \cdot \frac{3,8 \text{ cm}}{15,2 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{b = -2,375 \text{ cm}}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{9,5 \text{ cm}} + \frac{1}{-2,375 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{f = -3,2 \text{ cm}}}$$

Antwort: Die Brennweite der Linse beträgt $-3,2 \text{ cm}$.

Brechwert oder Brechkraft der Linsen

In der praktischen Optik wird sehr häufig mit dem reziproken Wert der Brennweiten gerechnet. Diese Größe wird mit **Brechkraft oder Brechwert** der Linse bezeichnet und es gilt:

$$D = 1/f$$

Für die Einheit der Brechkraft gilt $[D] = 1 / [f] = 1 / \text{m} = 1 \text{ dpt (Dioptrie)}$.

Linsensysteme

Werden zwei oder mehrere Linsen zusammengebracht, erhält man ein Linsensystem. Die Brennweite und die Brechkraft eines Linsensystems mit zwei eng beieinander stehenden dünnen Linsen lässt sich mit der Anordnung aus Abbildung 60 bestimmen.

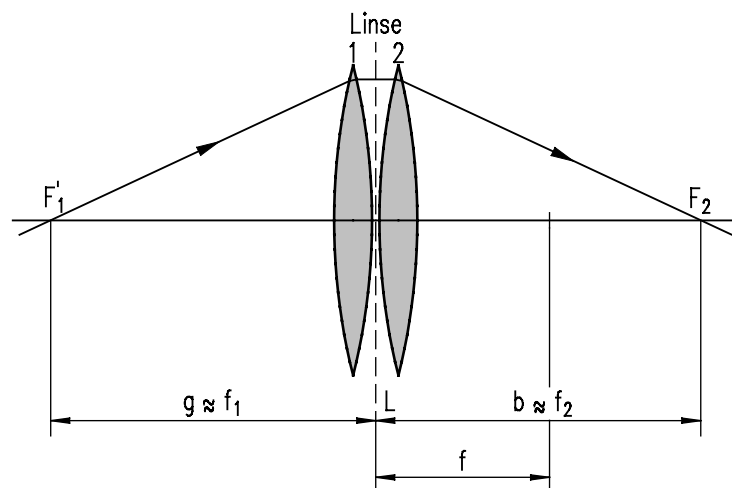


Abbildung 60 Linsensystem mit zwei dünnen Linsen

Ein Gegenstandspunkt befindet sich im Brennpunkt F_1' der Linse 1. Der Brennstrahl wird nach Durchgang durch die Linse 1 zum Parallelstrahl. Dieser Strahl wird von Linse 2 als Brennstrahl in ihrem Brennpunkt F_2 als Bildpunkt abgebildet.

Für eine gedachte Linsenebene L zwischen den beiden Linsenmittelpunkten gilt nach Abbildung 60 für die Gegenstandsweite $g \approx f_1$ und für die Bildweite $b \approx f_2$.

Für dünne, eng beieinander stehende Linsen kann der Abstand zwischen den Linsen gegenüber den Brennweiten vernachlässigt werden und es gilt $g = f_1$ bzw. $b = f_2$. Damit berechnet sich die Brennweite f des Linsensystems nach der Abbildungsgleichung:

Brennweite eines Linsensystems dünner Linsen (Abstand der Linsen vernachlässigt)

$$\frac{1}{f} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Mit den Brechkraften D_1 und D_2 der beiden Einzellinsen, gilt für die Brechkraft D des Systems entsprechend:

Brechkraft eines Linsensystems dünner Linsen (Abstand der Linsen vernachlässigt)

$$D \approx D_1 + D_2$$

Die beiden Gleichungen gelten im Prinzip - solange die Linsendicken und Linsenabstände vernachlässigt werden können - für alle Linsenkombinationen. Für die Rechnungen müssen jedoch die Vorzeichen der Brennweiten und Brechkraften berücksichtigt werden.

Linsenfehler

Die sphärisch geschliffenen Oberflächen der Linsen führen bei Abbildungen zu Fehlern, von denen die zwei wichtigsten hier kurz dargelegt werden.

Sphärische Aberration

Bei realen Abbildungen werden von einem achsenparallelen Strahlenbündel nicht nur die achsennahen Strahlen abgebildet, sondern auch achsenferne. Achsenferne Parallelstrahlen haben jedoch eine kürzere Brennweite als die achsennahen Strahlen (Abbildung 61). Die Differenz der Brennweiten zwischen dem Zentralstrahl und dem Randstrahl bezeichnet man als **sphärische Aberration** (Kugelfehler).

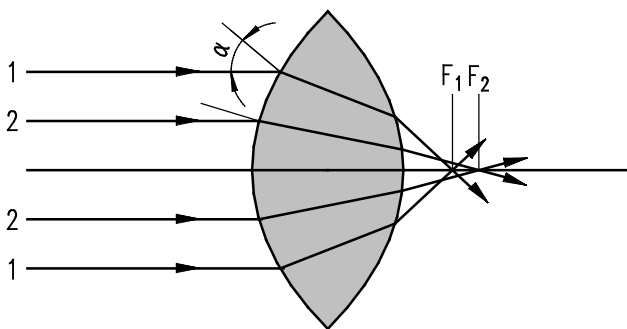


Abbildung 61 Sphärische Aberration

Ursache für die stärkere Ablenkung der Randstrahlen ist der größere Einfallswinkel α (Strahlen 1 in Abbildung 61) auf die sphärische Linsenfläche, als bei Strahlen in der Nähe der optischen Achse (Strahlen 2 in Abbildung 61).

Durch Ausblenden der Randstrahlen mit einer Lochblende, kann die sphärische Aberration - allerdings auf Kosten der Lichtintensität - gut korrigiert werden. Gute Korrekturen dieses Linsenfehlers ohne nennenswerte Lichtverluste liefern Linsensysteme aus Zerstreuungs- und Sammellinsen mit unterschiedlichen Brechzahlen.

Gut korrigierte Objektive haben heute eine sphärische Aberration kleiner als $1/1000$ der Brennweite.

Astigmatismus

Astigmatismus oder **mangelnde Punktförmigkeit** der Abbildung tritt an Linsen auf, die im waagerechten und senkrechten Durchmesser unterschiedlich gekrümmt sind.

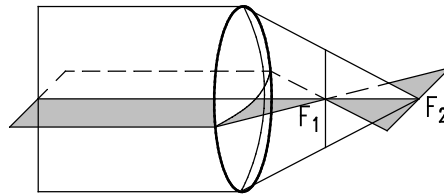


Abbildung 62 Astigmatismus an einer Linse mit unterschiedlicher Krümmung

Abbildung 62 zeigt eine Linse, die im waagerechten Durchmesser stärker gekrümmt ist, als im senkrechten. Fällt ein dünnes Lichtband in den waagerechten Durchmesser, ergibt sich eine kürzere Brennweite als bei dem Einfall in den senkrechten Durchmesser. In den Brennpunkten F_1 bzw. F_2 erscheint das andere Band jeweils als Strich.

Diese mangelnde Punktförmigkeit ist auch als ein weit verbreiteter Fehler der Augenlinse bekannt.

Astigmatismus tritt auch an Linsen mit gleichmäßiger Krümmung auf, wenn ein paralleles Lichtbündel schief zur optischen Achse auf die Linse trifft. Man spricht dann vom **Astigmatismus schiefer Bündel** (Abbildung 63).

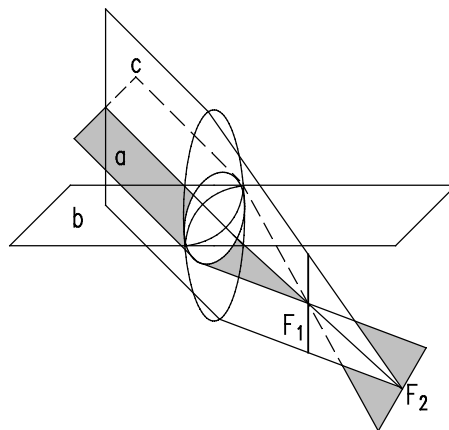


Abbildung 63 Astigmatismus schiefer einfallender Lichtbündel

Für ein schmales Lichtband in der Ebene (a) ist die Linse stärker gekrümmt, als für Lichtbänder in den Ebenen (b) und (c). Ein außerhalb der optischen Achse in unendlicher Entfernung liegender Lichtpunkt liefert daher keinen Brennpunkt, sondern zwei senkrecht zueinander stehende Lichtstriche in verschiedener Entfernung.

Auch der Astigmatismus kann mit entsprechenden Linsensystemen heute gut korrigiert werden.

Anwendungen der Linsenbrechung

Das Auge

Das Auge ist das wichtigste optische Instrument für den Menschen. Beim Auge bilden die Kristalllinse und die im Glaskörper vorhandene Flüssigkeit ein optisches System, das auf der Netzhaut ein reelles, umgekehrtes, verkleinertes Bild eines Gegenstandes, $g > 2 \cdot f$, erzeugt (Abbildung 64).

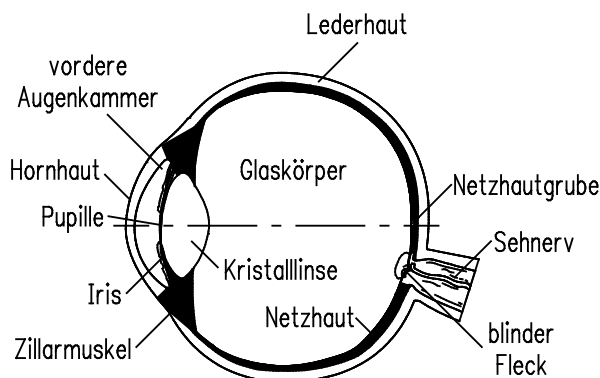


Abbildung 64 Horizontaler Schnitt durch das rechte Auge

Die in der Netzhaut liegenden Stäbchen und Zapfen geben ihre Lichtempfindung über die Sehnerven an das Gehirn weiter, was aus der Erfahrung eine aufrechte Bildvorstellung schafft.

Dabei ermöglichen die Zapfen das Farbsehen, die Stäbchen haben keine Farbempfindung, sondern vermitteln ein Helligkeitssehen. Bei schwacher Lichteinwirkung reagieren nur noch die Stäbchen, daher sieht man z.B. in der Dämmerung nur Grautöne.

Da die Bildweite aufgrund des Augapfels konstant ist, wird für die Abbildung von nahen oder fernen Gegenständen die Brennweite der Augenlinse verändert. Dies geschieht durch den Ring- oder Ziliarmuskel, der die Krümmung der Augenlinse für die benötigte Brennweite einstellt. Die Umstellung der Brennweite wird mit **Akkommodation** bezeichnet.

Deutliche Sehweite und Auflösung des Auges

Bei entspanntem Muskel entsteht von fernen Gegenständen ein scharfes Bild auf der Netzhaut. Als deutliche Sehweite wird die Entfernung bezeichnet, auf der das Auge ohne Ermüdung akkomodieren kann. Diese ist individuell verschieden und hängt vom Lebensalter ab. Als Bezugswert für die deutliche Sehweite s_0 wurde daher folgender Wert vereinbart:

Bezugswert für die deutliche Sehweite

$$s_0 = 25 \text{ cm}$$

Die Anpassung des Auges an große Helligkeitsgegensätze erfolgt durch die Pupille. Sie verengt sich bei großer Helligkeit und öffnet sich in der Dämmerung. Zudem kann die Empfindlichkeit der Netzhaut an die Lichtverhältnisse angepasst werden.

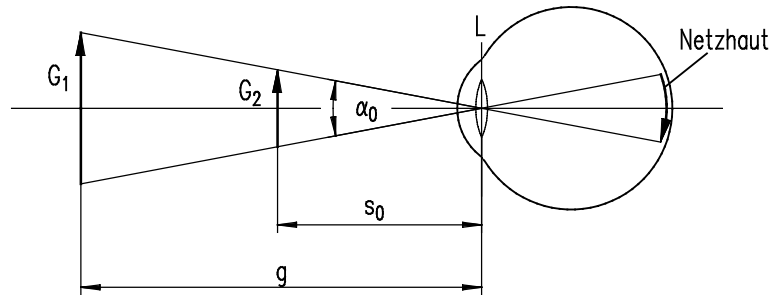


Abbildung 65 Sehwinkel des Auges

Die beiden in Abbildung 65 dargestellten Gegenstände G_1 und G_2 werden vom Auge als gleich groß wahrgenommen. Der Winkel zwischen den Strahlen vom Fußpunkt und der Spitze der Gegenstände wird als **Sehwinkel** α bezeichnet.

Zwei Punkte werden vom Auge als getrennt wahrgenommen, wenn der Sehwinkel zwischen den beiden Punkten mindestens 1 Winkelminute beträgt, es gilt:

Kleinste Auflösung des Auges

$$\alpha_{\min} = 1' = 1^\circ/60$$

Bei dem kleinsten Sehwinkel α_{\min} ist das Netzhautbild etwas größer als der Abstand zweier nicht benachbarter Zapfen oder Stäbchen.

Augenfehler

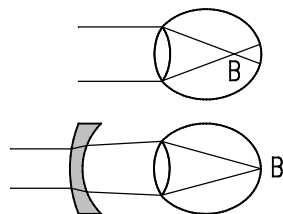


Abbildung 66 Kurzsichtigkeit

Bei einem zu langen Augapfel kommt es zur **Kurzsichtigkeit**. Das Bild eines fernen Gegenstandes entsteht schon vor der Netzhaut und erscheint, auf Grund der Divergenz der Strahlen hinter den Brennpunkten, nur verschwommen auf der Netzhaut, während nahe Gegenstände gut abgebildet werden.

Die Korrektur der Kurzsichtigkeit erfolgt durch eine Konkavlinse (Abbildung 66).

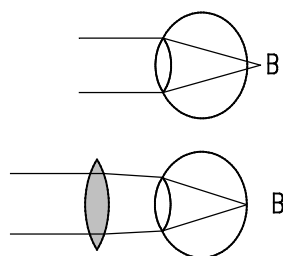


Abbildung 67 Weitsichtigkeit

Die **Weitsichtigkeit** entsteht durch einen zu kurzen Augapfel. Ein solches Auge muss bereits beim Sehen von entfernten Gegenständen für eine Abbildung auf der Netzhaut akkommodieren. Bei nahen Gegenständen kann die benötigte Akkommodation vom Auge nicht erzielt werden, nahe Gegenstände werden nur unscharf abgebildet.

Die Korrektur der Weitsichtigkeit erfolgt durch eine Konvexlinse (Abbildung 67).

Kamera

Bei der Kamera geschieht die Abbildung durch ein **Objektiv** (Linsensystem) mit den Eigenschaften einer Sammellinse. Weit entfernte Gegenstände ($g > 2 \cdot f$) werden, ähnlich wie beim Auge, als reelles, umgekehrtes, verkleinertes Bild auf dem Film in der Brennebene abgebildet.

Die Scharfstellung des Bildes erfolgt bei der Kamera bei konstanter Brennweite durch die Änderung der Bildweite b , d.h. durch Änderung des Abstandes zwischen Film und Linse.

Bei Zoom-Objektiven kann zudem die Brennweite in gewissen Bereichen geändert werden.

Die Lupe

Ein Gegenstand erscheint umso größer, je größer der Sehwinkel α ist. Dieser kann durch das Annähern des Gegenstandes an das Auge vergrößert werden. Die Akkommodationsfähigkeit des Auges begrenzt diese Annäherung auf die deutliche Sehweite, wenn das Auge nicht ermüdet werden soll.

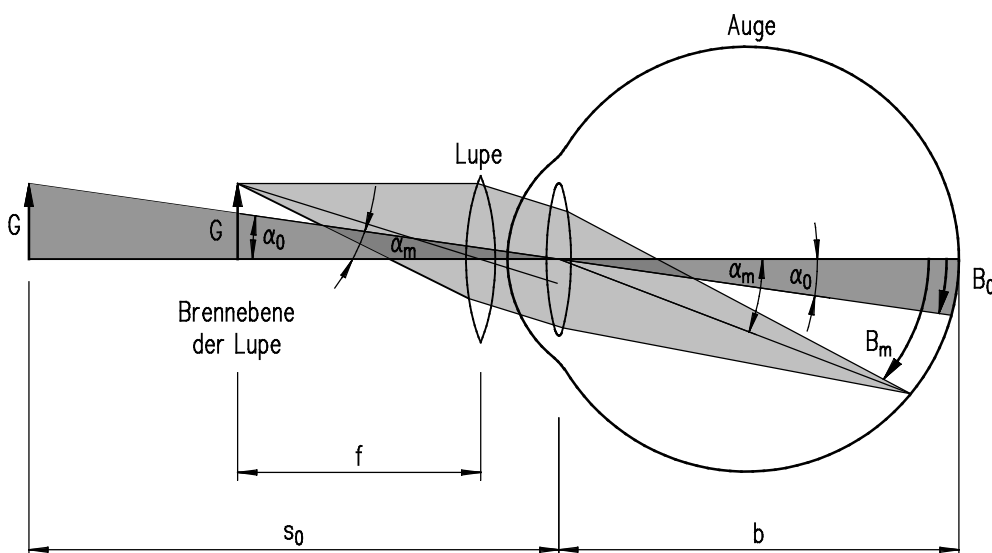


Abbildung 68 Vergrößerung einer Lupe

In Abbildung 68 zeigt der dunkelgrau hinterlegte Strahlengang die Abbildung eines Gegenstandes G ohne Lupe. Auf der Netzhaut entsteht ein Bild mit einem Bildwinkel α_0 und eine Bildhöhe B_0 .

Bringt man den Gegenstand in die Brennweite einer Lupe, so entsteht ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild im Unendlichen. Die von den Punkten des Gegenstandes kommenden Strahlen treten parallel in das entspannte (nicht akkommodierte)

Auge (Strahlengang hellgrau in Abbildung 68), das Bild kann ohne Ermüden angeschaut werden. Die Höhe des Netzhautbildes ist jetzt B_m und der Sehwinkel α_m .

Die Vergrößerung optischer Instrumente definiert man als den Quotienten aus dem Sehwinkel mit Instrument α_m und dem Sehwinkel ohne Instrument α_0 , es gilt:

$$v = \frac{\alpha_m}{\alpha_0}$$

Nimmt man beim Sehwinkel ohne Lupe die Gegenstandsweite mit der deutlichen Sehweite an, gelten für kleine Gegenstände, und damit sehr kleinen Sehwinkeln, näherungsweise folgende Gleichungen:

$$\alpha_0 \approx \tan \alpha_0 = \frac{G}{s_0}$$

$$\alpha_m \approx \tan \alpha_m = \frac{G}{f}$$

Für die Vergrößerung optischer Instrumente folgt:

$$v = \frac{\alpha_m}{\alpha_0} = \frac{G \cdot s_0}{f \cdot G}$$

Für die Vergrößerung einer Lupe folgt:

$$v = \frac{s_0}{f}$$

Bei einer Lupe kann man die erzielbare Vergrößerung nicht über das 20fache steigern, weil dann die Abbildungsfehler auf Grund der starken Linsenkrümmung unscharfe Bilder verursachen.

Mikroskop

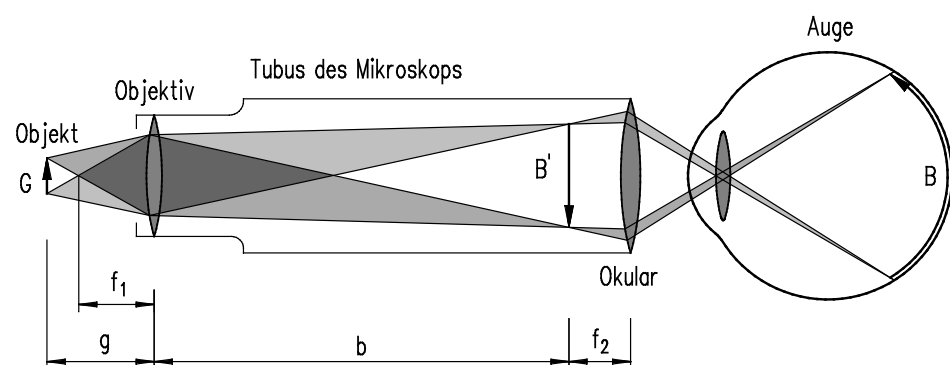


Abbildung 69 Mikroskop

Für die Betrachtung sehr kleiner Gegenstände verwendet man das Mikroskop. Das zu betrachtende Objekt wird vor ein **Objektiv** (Sammellinse) mit einer Gegenstandsweite $2 \cdot f < g < f$ gebracht. Diese Linse erzeugt ein stark vergrößertes, reelles Bild B' im Bildabstand b (Abbildung 69). Dieses frei im Raum schwebende Bild wird mit dem **Okular** betrachtet. Das Bild B' befindet sich dabei in der Brennweite des Okulars, das dann wie eine Lupe wirkt.

Objektiv und Okular sind im unveränderlichen Abstand ($b + f_2$) in einer Metallröhre (Tubus) eingebaut. Die Scharfeinstellung erfolgt durch die Änderung der Gegenstandsweite, indem der ganze Tubus angehoben oder abgesenkt wird.

Die Vergrößerung des Mikroskops ist das Produkt aus dem Abbildungsmaßstab des Objektivs und der Vergrößerung der Lupe.

Fernrohr

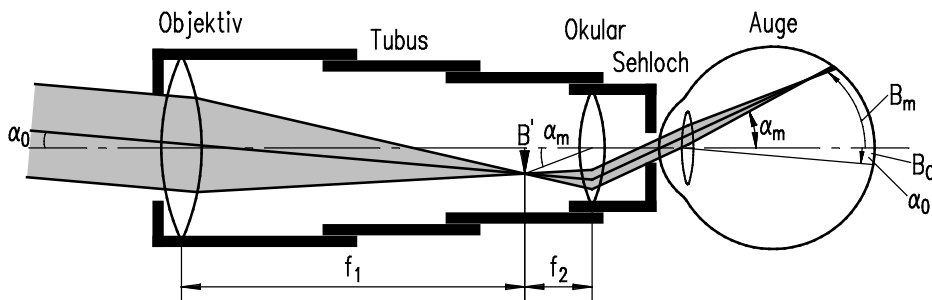


Abbildung 70 Astronomisches Fernrohr

Für die Beobachtung sehr weit entfernter Gegenstände verwendet man das **astronomische oder keplersche Fernrohr** (Abbildung 70). Das **Objektiv** erzeugt von einem fernen Gegenstand ein verkleinertes, umgekehrtes, reelles Bild in seiner Brennebene. Dieses Bild wird wieder durch eine Lupe (**Okular**) betrachtet, wodurch der Sehwinkel α_m sehr viel größer wird, als der Sehwinkel α_0 unter dem das Auge den Gegenstand ohne Instrument sieht.

Die Vergrößerung des Fernrohres ist der Quotient aus der Brennweite des Objektivs und der Brennweite des Okulars, $v = f_1 / f_2$.

Das astronomische Fernrohr erzeugt ein seitenvertauschtes, umgekehrtes Bild, was bei astronomischen Beobachtungen nicht stört.

Für den täglichen Gebrauch nutzt man **Prismenferngläser**. Der Strahlengang dieser Ferngläser entspricht dem des astronomischen Fernrohres. Die Strahlen werden jedoch durch zwei **Umlenkprismen** umgelenkt, wodurch ein aufrechtes, seitenrichtiges Bild entsteht.

Aufgaben

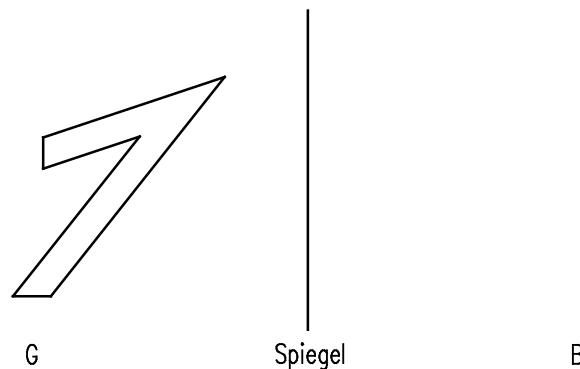
Aufgabe 1

Formulieren Sie die Reflexionsgesetze für eine ebene, spiegelnde Fläche!

Aufgabe 2

Erklären Sie den Begriff „diffuse Reflexion“!

Aufgabe 3

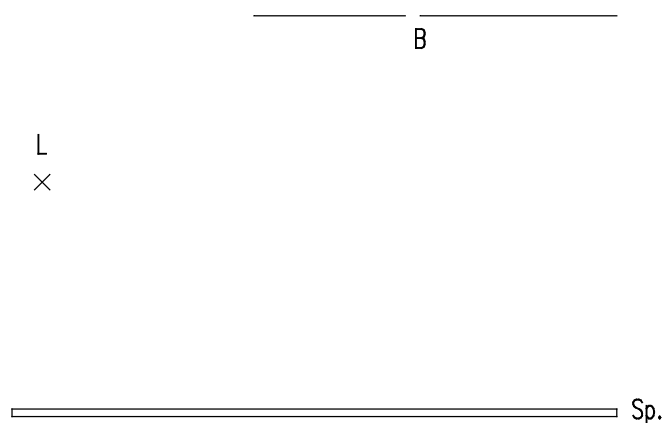


Konstruieren Sie die Lage des Bildes B vom Gegenstand G!

Aufgabe 4

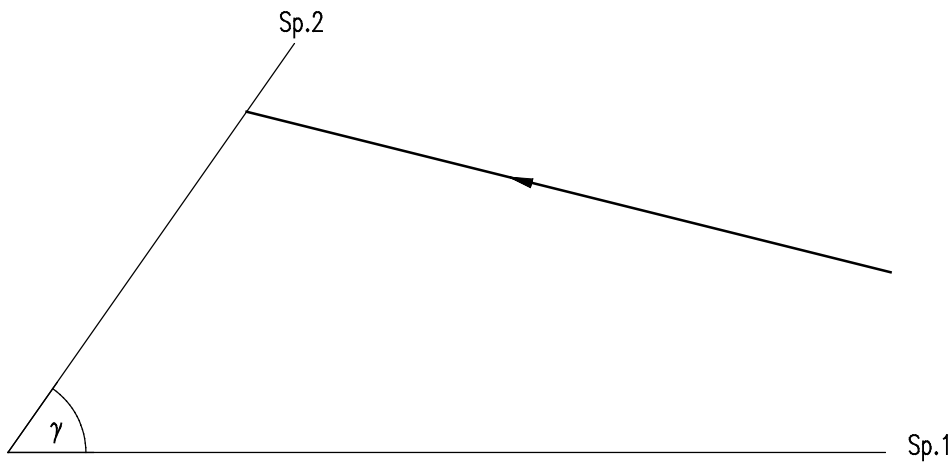
Erklären Sie den Unterschied zwischen reellen und virtuellen Bildern!

Aufgabe 5



Bestimmen Sie die Stelle A auf dem Spiegel Sp., auf der ein Lichtstrahl von der Lichtquelle L auftreffen muss, damit er durch die Öffnung B reflektiert wird!

Aufgabe 6



Konstruieren Sie die Ablenkung eines Lichtstrahls, der auf einen Winkelspiegel ($\gamma = 55^\circ$) wie in der Abbildung auftrifft!

Aufgabe 7

Konstruieren Sie das Bild eines 2,0 cm großen Gegenstandes, der 12 cm von einem Hohlspiegel (Krümmungsradius $r = 8$ cm) entfernt steht!

Aufgabe 8

Konstruieren Sie das Bild eines 3 cm großen Gegenstandes, der 6 cm vor einem sphärischen Wölbspiegel mit der Brennweite $-2,5$ cm steht!

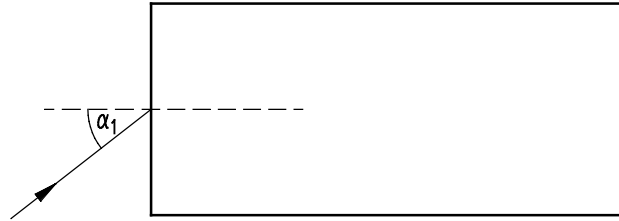
Aufgabe 9

Beschreiben Sie die Bedeutung des Begriffs „Brechung“ in der Optik!

Aufgabe 10

Wann ist ein Medium optisch dünner als sein Nachbarmedium, bezogen auf den Winkel eines Lichtstrahles, der die beiden Medien durchläuft?

Aufgabe 11



Ein Lichtstrahl trifft aus Luft kommend mit einem Einfallswinkel $\alpha = 40^\circ$ auf die Mitte der Seitenfläche eines Glasquaders mit $n = 1,57$ (siehe Abbildung).

Berechnen Sie die notwendigen Winkel und zeichnen Sie den weiteren Verlauf des Lichtstrahls bis zum Austritt!

Aufgabe 12

Vor einer Konvexlinse ($f = 3,0$ cm) steht in einer Entfernung von 2 cm von der Linsenebene ein 1 cm großer Gegenstand.

12.1 Konstruieren Sie das Bild!

12.2 Nennen Sie die Art des Bildes!

12.3 Berechnen Sie die Bildgröße!

Aufgabe 13

Bei einer Konkavlinse, deren Brennpunkte 3,5 cm von der Linsenebene entfernt sind, entsteht 2,5 cm vor der Linse ein 1 cm großes Bild.

13.1 Konstruieren Sie den Gegenstand!

13.2 Berechnen Sie die Gegenstandsweite!

Aufgabe 14

Eine Konkavlinse erzeugt von einem 7,5 cm entfernten Gegenstand ein Bild, das halb so groß ist wie der Gegenstand.

Berechnen Sie die Brennweite der Linse!

Aufgabe 15

Nennen Sie zwei Arten von Linsenfehlern und ihre Ursachen!

Aufgabe 16

Zwei Punkte auf einer 100 m entfernten Wand sollen noch vom menschlichen Auge getrennt voneinander wahrgenommen werden.

Berechnen Sie den Mindestabstand, den die beiden Punkte haben müssen!

Aufgabe 17

Die Brechkraft einer Lupe beträgt 24 dpt.

Bestimmen Sie die maximale Vergrößerung!

Aufgabe 18

In 2,25 m Abstand von einem Schirm steht ein leuchtender Gegenstand.

Berechnen Sie den Abstand vom Gegenstand, in dem man eine Linse der Brechkraft 2,0 dpt aufstellen muss, damit auf dem Schirm ein reelles Bild des Gegenstandes entsteht!

Lernbereich

3 Licht als Wellenerscheinung

In der geometrischen Optik können in der Regel die Welleneigenschaften des Lichtes vernachlässigt werden. Erst bei sehr hohen Ansprüchen an die Abbildung oder bei der Abbildung sehr kleiner Gegenstände müssen Welleneffekte berücksichtigt werden.

Beugung und Interferenz

Eine der wichtigen Eigenschaften von Wellen ist, dass sie sich unter bestimmten Bedingungen nicht gradlinig ausbreiten.

Beugung am Doppelspalt

Fallen parallele Lichtstrahlen auf einen **Doppelspalt** mit sehr kleinem Spaltdurchmesser und Spaltabstand, erscheint auf einem entfernten Schirm anstatt der Abbildung der beiden schmalen Spalte ein Interferenzbild entsprechend der folgenden Abbildung.



Abbildung 71 Interferenzbild am Doppelspalt

Dieses Verhalten kann nur durch das Wellenmodell und die Beugung des Lichtes erklärt werden. Nach dem Huygens'schen Prinzip sind die engen Spaltöffnungen Erregerzentren von kreisförmigen Elementarwellen, die sich auf dem Schirm überlagern. Der **Gangunterschied** Δs zwischen den beiden Wellen führt zu einer **Phasendifferenz** von $\Delta\phi = 2\pi \cdot \Delta s / \lambda$ in Abhängigkeit vom **Beugungswinkel** α , der zu dem in Abbildung 72 dargestellten Intensitätsverlauf führt.

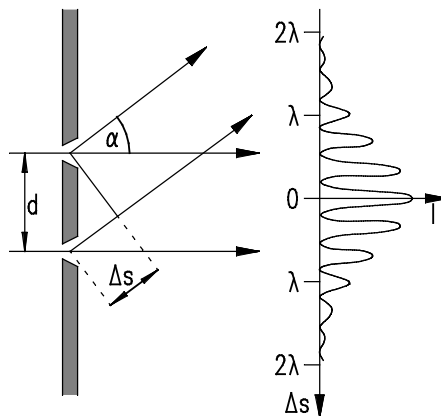


Abbildung 72 Verlauf der Intensität als Funktion des Gangunterschieds

Für die Maxima und Minima n-ter Ordnung gilt für den Winkel α_n zur optischen Achse unter dem der Interferenzpunkt beobachtet wird:

Maxima:

$$\sin\alpha_n = n \cdot \lambda / d$$

Minima:

$$\sin \alpha_n = (2n + 1) \cdot \lambda / (2 \cdot d)$$

wobei $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ die Ordnung der Maxima bzw. Minima, d der Spaltabstand und λ die Wellenlänge des auftreffenden Lichtes ist.

Wird ein Doppelspalt mit weißem Licht, einer Mischung aus allen Farben, bestrahlt, erscheinen die Ränder der Interferenzstreifen farbig. Die Mitte der Streifen, wo alle Farben auftreffen, bleibt weiß. Die Außenränder sind rot, da rotes Licht wegen der größeren Wellenlänge stärker gebeugt wird, die Innenränder erscheinen blau wegen der schwächeren Beugung auf Grund der kürzeren Wellenlänge bei blauem Licht.

Dieses Verhalten kann zur Bestimmung der Wellenlängen des Lichtes genutzt werden.

Beugung am Gitter

Bei der Bestimmung der Wellenlänge von Licht ersetzt man den Doppelspalt durch ein **optisches Gitter**. Dieses Gitter besteht aus einer bestimmten Anzahl von parallelen, schmalen Spalten gleicher Breite, die im Abstand g , der Gitterkonstanten, angeordnet sind.

Bestrahlt man das Gitter mit weißem Licht erscheinen neben einem schmalen weißen Streifen in der Mitte farbige Bänder in den Spektralfarben. Abbildung 73 zeigt ein Beugungsspektrum für weißes Licht. Die Spektren sind mit steigender Ordnung wegen der besseren Unterscheidbarkeit versetzt dargestellt.

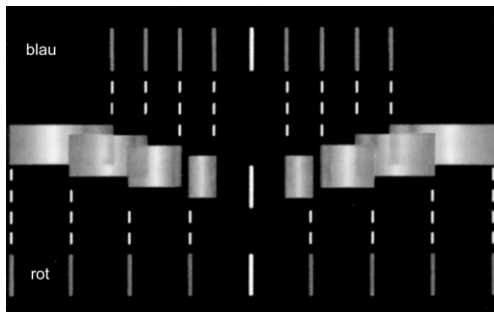


Abbildung 73 Beugung am optischen Gitter

Bestrahlt man ein Gitter mit monochromatischem Licht erhält man scharfe Linien in etwa gleichen Abständen (Abbildung 73). Die Linien werden schmaler je größer die Anzahl der Gitteröffnungen ist. Der Zusammenhang zwischen Beugungswinkel α_n und Gangunterschied Δs ist der selbe wie beim Doppelspalt. Für die Lage der Maxima bei einer Wellenlänge λ und der Gitterkonstanten g gilt:

Maxima

$$\sin \alpha_n = n \cdot \lambda / g$$

mit $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ der Ordnung der Hauptmaxima.

Betrachtet man die Lage der Beugungslinien für blaues und rotes Licht, so erklärt sich dadurch die Lage der Gitterspektren von weißem Licht (Abbildung 73).

Alle chemischen Elemente senden unter bestimmten Bedingungen Licht aus, das aus ganz charakteristischen Wellenlängen besteht. Die Analyse solcher Spektren ist sehr häufig die einzige Möglichkeit, die Zusammensetzung von strahlenden Körpern z.B. in der Astronomie zu bestimmen.

Beugung am Spalt

Auch bei einem einzelnen Spalt ist die Beugung des Lichts zu beobachten (Abbildung 74). Neben einem hellen Streifen, dem Hauptmaximum, sind an beiden Seiten weitere, lichtschwächere Streifen als Nebenmaxima zu beobachten. Verengt man den Spalt, so werden diese Streifen breiter und wandern nach außen.



Abbildung 74 Interferenzbild eines Einzelspaltes bei monochromatischem Licht

Nach dem Huygens'schen Prinzip können alle Punkte in der Spaltebene als Erregerzentren für Elementarwellen angesehen werden, die sich kugelförmig hinter dem Spalt ausbreiten. Alle Wellenzüge, die den Spalt unter einem Winkel α verlassen, treffen in einem Punkt auf dem Schirm.

Bei einem Winkel $\alpha = 0$ zur optischen Achse tritt kein Gangunterschied zwischen den Elementarwellen auf, und sie verstärken sich maximal. Der Hauptanteil der Energie fließt in dieses Hauptmaximum.

Für die Minima und Nebenmaxima gelten bei der Wellenlänge λ und der Spaltbreite d folgende Interferenzbedingungen:

Minima:

$$\sin \alpha_n = n \cdot \lambda / d$$

Maxima:

$$\sin \alpha_n = (2n + 1) \cdot \lambda / (2 \cdot d)$$

mit $n = 1, 2, 3, \dots$

Die Beugungsfigur wird umso breiter, je enger der Spalt und je größer die Wellenlänge ist.

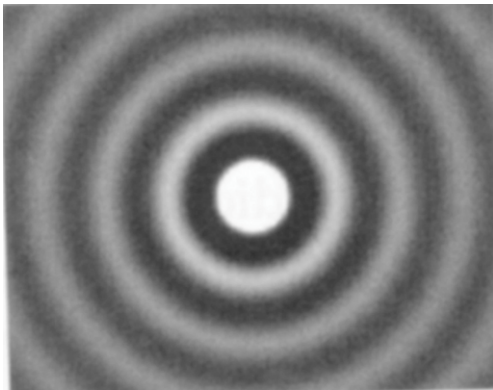


Abbildung 75 Beugung an einer Kreisblende

Beugungserscheinungen treten auch an Kreisblenden auf (Abbildung 75). Das zentrale Hauptmaximum ist kreisförmig und von konzentrischen Ringen umgeben. Dies ist die Ursache für das begrenzte Auflösungsvermögen von Mikroskopen und Fernrohren.

Dispersion

Beim Durchgang von weißem Licht durch ein Prisma kommt es zu einem weiteren Effekt, der nur mit dem Wellencharakter des Lichtes erklärt werden kann. Bei der Brechung von weißem Licht an einem Prisma wird das Licht nicht nur abgelenkt, sondern es erscheint auf dem Schirm ein Spektrum (Abbildung 76).

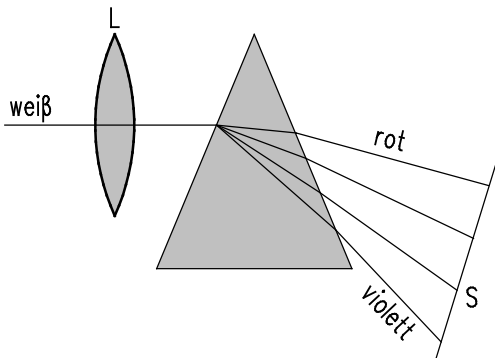


Abbildung 76 Dispersion von weißem Licht an einem Prisma

Dieses Spektrum des weißen Lichtes umfasst alle vom Menschen wahrnehmbaren Farben, die Farbbereiche und die dazugehörigen Wellenlängen zeigt folgende Tabelle.

Farbe	rot	orange	gelb	grün	blau	violett	
λ nm	780	650	585	570	480	430	380

Tabelle 7 Farbbereiche des weißen Lichtes

Aus der Zerlegung des Lichtes ist zu erkennen, dass die Brechzahl für jede Wellenlänge unterschiedlich ist. Tabelle 8 zeigt die Brechungsindizes für die verschiedenen Wellenlängen bei der Brechung in Flintglas und Schwefelkohlenstoff.

Farbe	Wellenlänge λ in nm	Brechungsindex	
		Flintglas F3	Schwefel- kohlenstoff
Dunkelrot	760,8	1,603	1,609
Rot	686,7	1,606	1,615
Orange	656,3	1,608	1,618
Gelb	589,3	1,613	1,628
Grün	527,0	1,619	1,641
Blau	486,1	1,625	1,652
Indigo	430,8	1,636	1,677
Violett	396,8	1,645	1,699

Tabelle 8 Dispersion bei Flintglas und Schwefelkohlenstoff

Im Bereich des sichtbaren Spektrums nimmt die Brechzahl mit zunehmender Wellenlänge ab (normale Dispersion).

Die Dispersion tritt bei jeder Brechung auf. Dies führt bei optischen Instrumenten zu einem weiteren Abbildungsfehler, der chromatischen Aberration.

Chromatische Aberration

Durch die Dispersion ergeben sich für die verschiedenen Wellenlängen des Lichtes unterschiedliche Brennpunkte bei den optischen Prismen und Linsen.

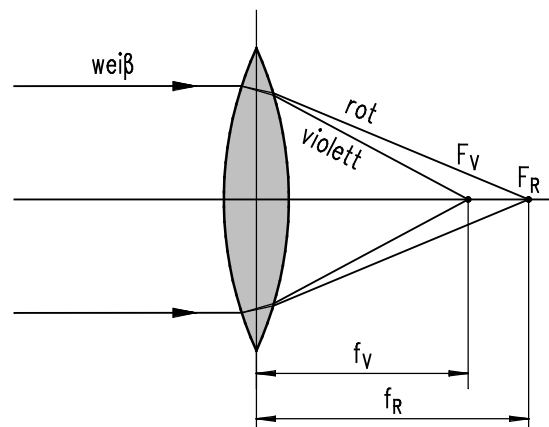


Abbildung 77 Chromatische Abberation

Der Brennpunkt (Abbildung 77) für violettes Licht F_V liegt näher an der Linse als der Brennpunkt für rotes Licht F_R . Dadurch wird bei den Abbildungen die Bildschärfe durch farbige, unscharfe Ränder beeinträchtigt.

Durch Linsensysteme aus Konkav- und Konvexlinsen mit verschiedenen Glassorten kann dieser Fehler aufgehoben werden. Derartig ausgelegte Linsensysteme werden mit **Achromate** bezeichnet.

Farbenlehre

Spektralfarben

Die Dispersion von weißem Licht im Prisma und die Beugung am Gitter erzeugen ein **kontinuierliches Spektrum** mit allen vom Auge sichtbaren **Spektralfarben**.

Jede Wellenlänge ruft auf der Netzhaut des Auges einen bestimmten **Farbreiz** hervor. Die Farbe als solches ist keine physikalische Größe, sondern eine **Empfindung**, die von den Lichtstrahlen ausgelöst wird. So kann das Auge z.B. bei der **Farbempfindung** gelblichgrün nicht unterscheiden ob der Farbeindruck nur von der Wellenlänge $\lambda = 560 \text{ nm}$ oder einem Wellenlängenbereich um 560 nm oder um ein Gemisch aus ganz anderen Wellenlängen herrührt. Dies wird auch bei den Komplementärfarben deutlich.

Komplementärfarben

Das kontinuierliche Spektrum des weißen Lichtes umfasst die Gesamtheit aller möglichen Farbeindrücke. Wird aus diesem Spektrum eine Spektralfarbe ausgeblendet, so entsteht aus der Vereinigung der restlichen Farben die Komplementärfarbe, es gilt:

Vereinigt man Komplementärfarbe und ausgeblendete Spektralfarbe, entsteht weißes Licht.

Nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über einige Komplementärfarben.

ausgeblendete Spektralfarbe	rot	orange	gelb	grün	blau	violett
Komplementärfarbe	grün	blau	violett	rot	orange	gelb

Tabelle 9 Komplementärfarben

In der Tabelle kommt jeder Farbeindruck einmal als reine Spektralfarbe und zudem als Mischfarbe aus dem restlichen Farbspektrum vor. Dies zeigt, dass das Auge zwischen beiden Arten der Farbe nicht unterscheiden kann.

Additive Farbmischung

Blendet man aus einem kontinuierlichen Spektrum die Farben Gelb und Blau aus, so ergibt die Vereinigung dieser zwei Farben, trotz des Fehlens vieler Wellenlängenbereiche des Spektrums, wieder die Farbe weiß. Durch Ausblenden und Wiedervereinigung verschiedener Farben können auf einer weißen Fläche additive Mischfarben erzeugt werden:

Eine additive Mischfarbe entsteht, wenn eine weiße Fläche mit verschiedenfarbigem Licht beleuchtet wird.

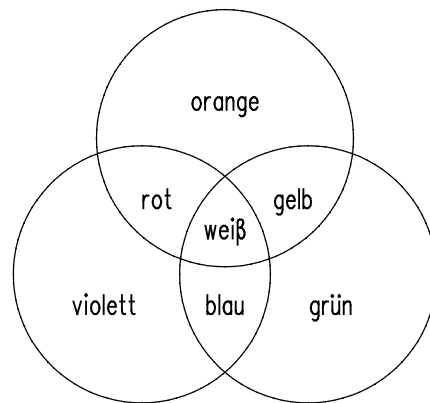


Abbildung 78 Additive Farbmischung

Abbildung 78 zeigt die additive Farbmischung der Farben Orange, Violett und Grün. Blau entsteht z.B., wo sich violetter und grüner Farbkreis überdecken. Die Summe der Grundfarben dieser Farbmischung ergibt wieder Weiß.

Die **Farbmetrik** befasst sich mit der Gesamtheit aller möglichen Farbeindrücke. Es konnte mathematisch nachgewiesen werden, dass alle vom Auge erkennbaren Farben durch die additive Mischung von drei von einander unabhängigen Grundfarben (Primärfarben) entstehen können.

Es sind viele Primärfarben für die additive Farbmischung möglich. Von der **CIE (Internationale Beleuchtungskommission)** wurden daher folgende **Primär- oder Grundfarben** festgesetzt:

Rot: $\lambda = 700 \text{ nm}$, **Grün:** $\lambda = 546,1 \text{ nm}$, **Blau:** $\lambda = 435,8 \text{ nm}$

Diese drei Grundfarben werden international zum Beispiel für den Dreifarbendruck und im Farbfernseher zur Erzeugung farbiger Bilder verwendet.

Subtraktive Farbmischung

Im Allgemeinen werden Gegenstände von weißem Licht (Sonne, Lampen, etc) beleuchtet. Das unterschiedliche farbige Aussehen der Gegenstände bewirken dann die Körperfarben. Die Körperfarben entstehen durch subtraktive Farbmischung, bei der durch die Absorption bestimmter Wellenlängen des Spektrums die Mischfarbe aus den verbleibenden Spektralfarben entsteht.

Subtraktive Farbmischung liegt vor, wenn die Körperfarbe durch die Absorption von einer oder mehrerer Farben des auftreffenden Lichtes entsteht.

Auch beim Durchgang durch farbige Gläser und Filter entsteht die Farbe durch subtraktive Farbmischung. Abbildung 79 zeigt die subtraktive Farbmischung bei dem Übereinanderlegen dreier Farbfilter die blau, gelb und rot durchlassen.

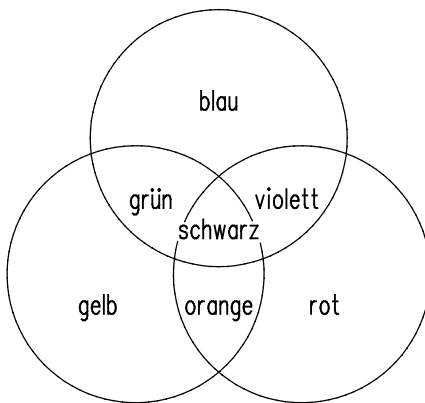


Abbildung 79 Subtraktive Farbmischung

Die Malfarben für den Anstrich entstehen in der Regel durch subtraktive Farbmischung. Mischt man gelbe und blaue Malfarbe, so absorbiert der gelbe Anteil von dem auftreffenden Licht alle Farben außer gelb, der blaue Anteil alles außer blau. Von der Farbmischung wird nur noch grün reflektiert. Absorbiert ein Körper fast das gesamte, auf ihn treffende Licht, erscheint er schwarz.

Bei der additiven oder subtraktiven Farbmischung entstehen **reine Spektralfarben**. In dem menschlichen Farbempfinden sind jedoch eine Vielzahl anderer Farben vorhanden. Bei diesen Farbempfindungen handelt es sich um verhüllte Farben.

Verhüllte Farben

Neben der Absorption an Gegenständen findet auch immer eine Reflektion des einfallenden Lichtes statt. Bei der Bestrahlung des Körpers mit weißem Licht, erscheint dieser weiß, wenn er ca. über 90 % des auftreffenden Lichtes reflektiert, er erscheint dem Auge schwarz, wenn er weniger als 6 % reflektiert. Dazwischen liegen alle Grautöne.

Ein Gegenstand, der ein bestimmtes Farbspektrum oder eine Farbe absorbiert, aber auch gleichzeitig einen Teil des Gesamtspektrums reflektiert, hat eine verhüllte Farbe. Eine reine Spektralfarbe wird häufig durch Grautöne überlagert und erscheint daher trüb oder stumpf.

Jede beliebige, wahrnehmbare Körperfarbe kann durch die Mischung einer reinen Spektralfarbe mit Weiß oder Schwarz entstehen.

Bei der Mischung von z.B. Rot mit zunehmenden Anteilen von **Schwarz** entstehen Farben mit immer dunkleren Rotnuancen bis zum Dunkelbraun. Es handelt sich hier um **schwarz verhüllte Farben**. Das Mischen von Rot mit **Weiß** ergibt rosa Farbtöne oder **weißverhüllte Farben**.

Die dargelegten Sachverhalte der Farbenlehre gelten unter den Bedingungen, dass der Körper keine Luminanzstrahlung aussendet, und die Körpertemperatur nicht wesentlich von der Umgebungstemperatur abweicht.

AufgabenAufgabe 1

Welche Vorgänge sind ein Beweis für den Wellencharakter des Lichtes?

Aufgabe 2

Erklären Sie die Vorgänge bei der Beugung des Lichtes am Doppelspalt!

Aufgabe 3

Welche Auswirkungen hat die Beugung bei optischen Instrumenten?

Aufgabe 4

Erklären Sie den Begriff Dispersion!

Aufgabe 5

Erklären Sie den Begriff chromatische Aberration!

Aufgabe 6

Erläutern Sie die Begriffe Spektralfarbe und Komplementärfarbe!

Aufgabe 7

Erklären Sie die subtraktive Farbmischung!

Aufgabe 8

Erklären Sie den Begriff verhüllte Farbe!

Lösungsanhang

Lösungen

1 Eigenschaften des Lichtes

Aufgabe 1

Bei Temperaturstrahlern wird die Emission des Lichts durch die Zufuhr von thermischer Energie bewirkt.

Aufgabe 2

Die Summe aus Transmissionsgrad, Reflexionsgrad und Absorptionsgrad ist 1; es gilt:

$$\tau(\lambda) + \rho(\lambda) + \alpha(\lambda) = 1$$

Multiplikation der Gleichung mit dem auftreffenden Strahlungsfluss führt zu dem Satz von der Erhaltung der Energie.

Aufgabe 3

Die Lichtstärke ist ein Maß für die subjektive Empfindung der Helligkeit. Die Strahlstärke ist eine physikalisch Größe, die den Energiefluss in einen bestimmten Raumwinkel beschreibt.

Aufgabe 4

Lichtstrom, Lichtstärke, Beleuchtungsstärke, Leuchtdichte.

Aufgabe 5

Vektoren sind : Lichtstärke, Beleuchtungsstärke, Leuchtdichte

Skalare sind : Lichtstrom, Lichtmenge, Lichtausbeute

Aufgabe 6

Die fotometrische Grenzentfernung ist der mindest erforderliche Abstand zwischen einer wirklichen Lichtquelle und einem beleuchteten Flächenelement bzw. Empfänger zur Messung der Beleuchtungsstärke, damit das fotometrische Entfernungsgesetz anwendbar ist. Dabei sollte die Messentfernung etwa 5 mal größer sein als der größte Leuchtfächendurchmesser.

2 Geometrische Optik

Aufgabe 1

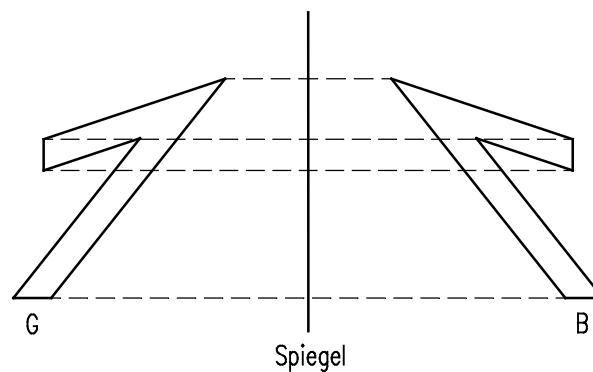
Einfallender Strahl und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene.

Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind gleich groß.

Aufgabe 2

Bei der diffusen Reflexion wird das Licht in alle Richtungen zerstreut.

Aufgabe 3

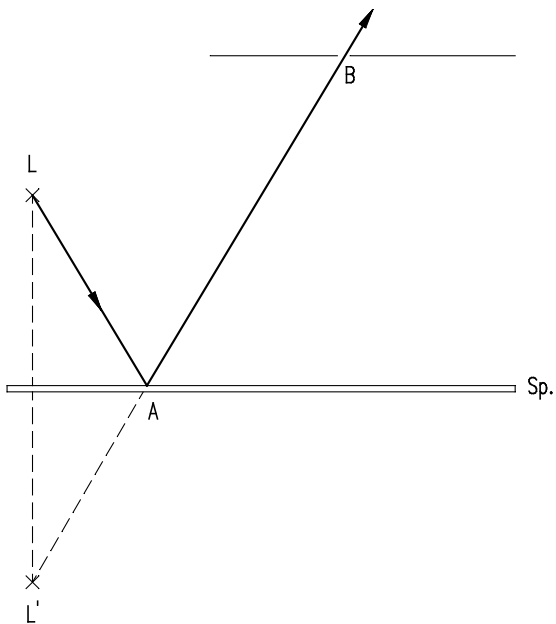


Aufgabe 4

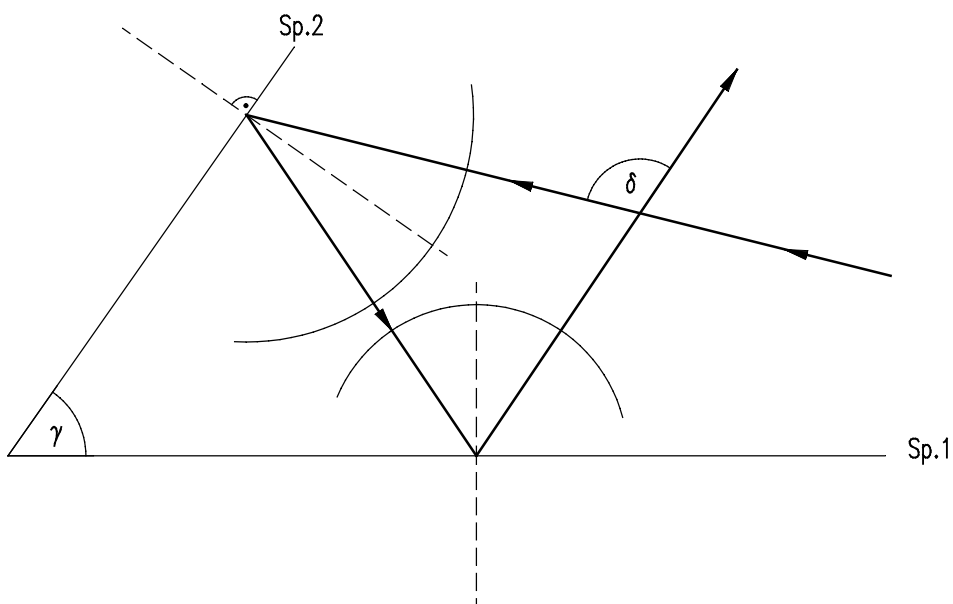
Reelle Bilder können von einer Mattscheibe aufgefangen werden, virtuelle nicht.

Reelle Bilder entstehen durch den tatsächlichen Schnitt der Abbildungsstrahlen. Virtuelle Bilder entstehen durch die Täuschung des Auges, weil sie durch eine rückwärtige Verlängerung der vorhandenen Strahlen konstruiert werden.

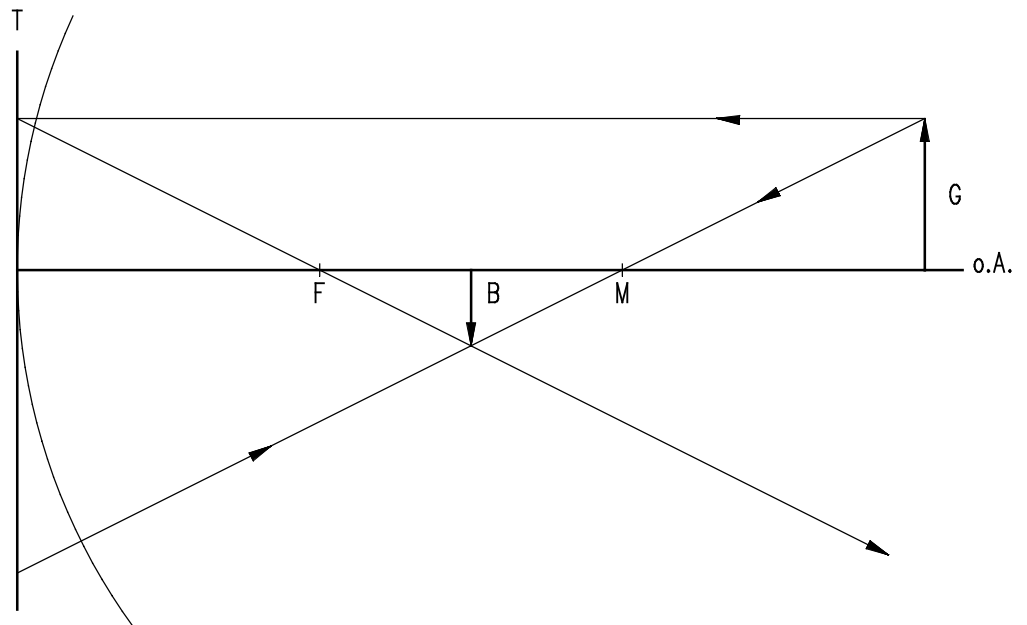
Aufgabe 5



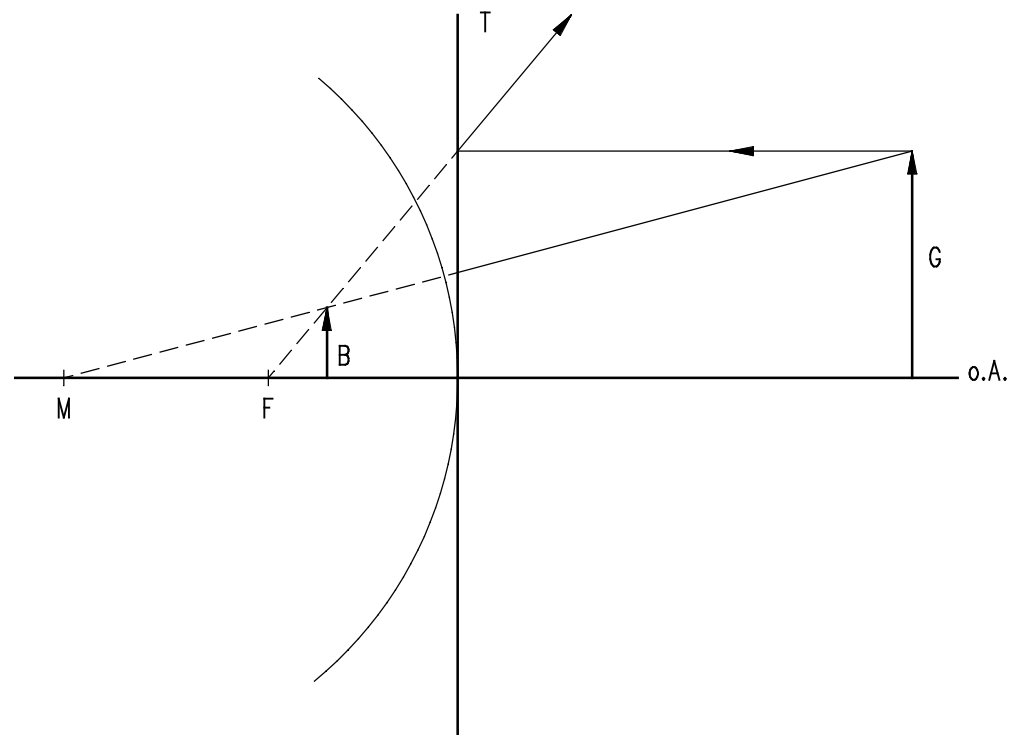
Aufgabe 6



Aufgabe 7



Aufgabe 8

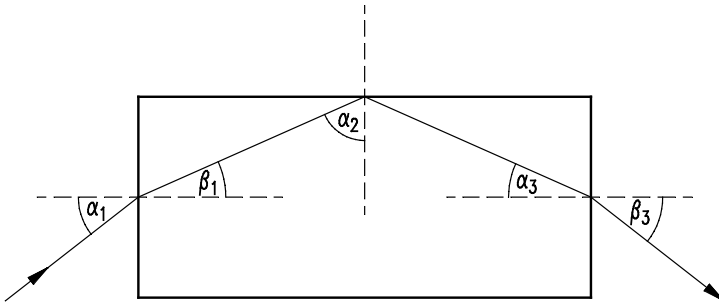


Aufgabe 9

Brechung ist die Richtungsänderung eines Lichtstrahls beim Übergang in ein anderes Medium.

Aufgabe 10

Ein Medium ist optisch dünner, wenn der Winkel, den der Lichtstrahl mit dem Einfallslot bildet, größer ist als der im Nachbarmedium.

Aufgabe 11

Gegeben : $\alpha_1 = 40^\circ$; $n_1 = 1$; $n_2 = 1,57$

Gesucht : α_2 ; β_1 ; α_3 ; β_3

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{1,57}{1}$$

$$\underline{\underline{\beta_1 = 24,2^\circ}}$$

$$\underline{\underline{\alpha_2 = 65,8^\circ}}$$

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{1,57}$$

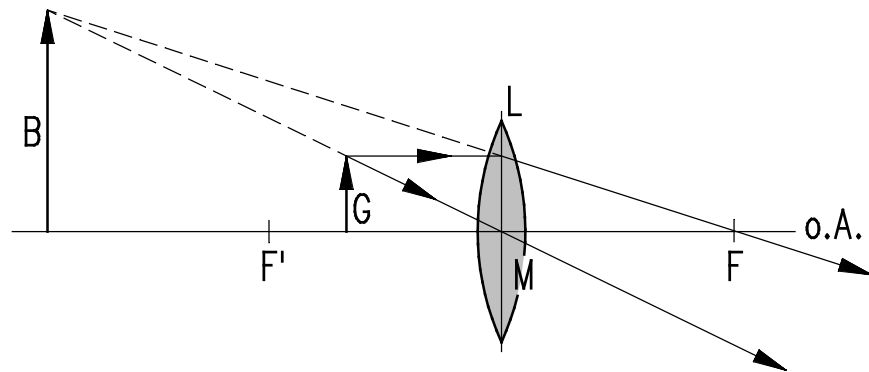
$$\underline{\underline{\alpha_g = 39,56^\circ}}$$

$$\alpha_2 > \alpha_g \Rightarrow \text{Totalreflexion}$$

$$\underline{\underline{\alpha_3 = 24,2^\circ}}$$

$$\underline{\underline{\beta_3 = 40^\circ}}$$

Aufgabe 12.1



Aufgabe 12.2

Das Bild ist vergrößert, aufrecht und virtuell.

Aufgabe 12.3

Gegeben : $f = 3,0 \text{ cm}$; $G = 1,0 \text{ cm}$; $g = 2,0 \text{ cm}$;

Gesucht : B

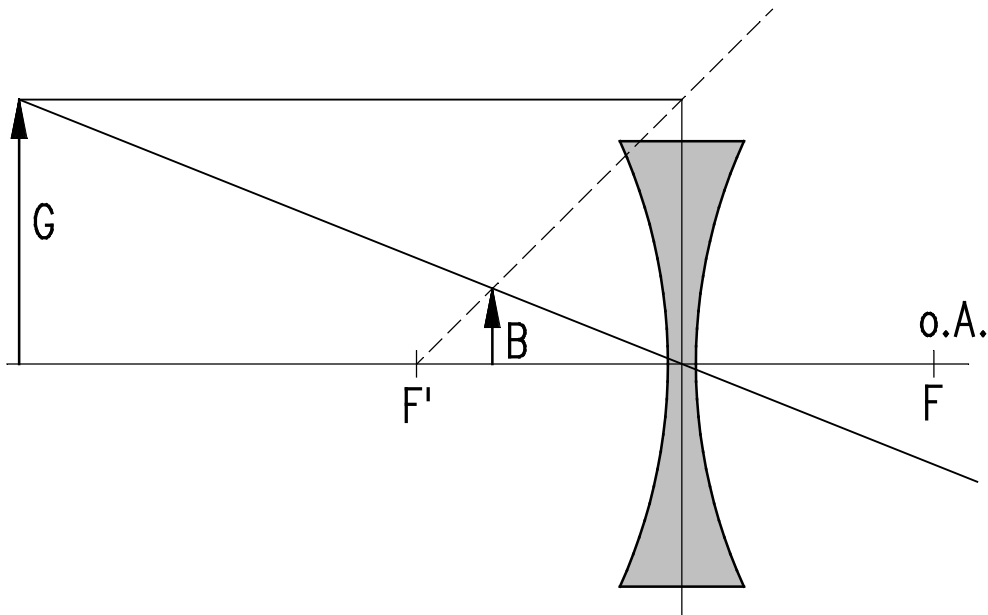
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{3,0 \text{ cm}} - \frac{1}{2,0 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{b = -6,0 \text{ cm}}}$$

$$\underline{\underline{B = 3,0 \text{ cm}}}$$

Aufgabe 13.1



Aufgabe 13.2

Gegeben : $B = 1,0 \text{ cm}$; $f = -3,5 \text{ cm}$; $b = -2,5 \text{ cm}$

Gesucht : g

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{-3,5 \text{ cm}} - \frac{1}{-2,5 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{g = 8,75 \text{ cm}}}$$

Aufgabe 14

Gegeben : $g = 7,5 \text{ cm}$; $B = \frac{1}{2} G$

Gesucht : f

$$\frac{B}{G} = \frac{-b}{g}$$

$$b = -\frac{1}{2} \cdot g$$

$$\underline{\underline{b = -3,75 \text{ cm}}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{7,5 \text{ cm}} + \frac{1}{-3,75 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{f = -7,5 \text{ cm}}}$$

Aufgabe 15

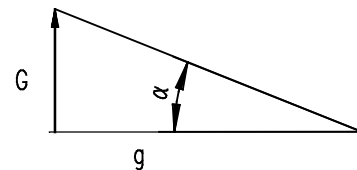
Sphärische Aberration: achsenferne Parallelstrahlen werden stärker gebrochen, als achsennahe Strahlen

Astigmatismus: Ursache sind unterschiedliche Linsenkrümmungen oder schief einfallende Parallelstrahlen.

Aufgabe 16

Gegeben : $g = 100 \text{ m}$; $\alpha = 1' = \frac{1^\circ}{60}$

Gesucht : G



$$G = g \cdot \tan \alpha$$

$$\underline{\underline{G = 0,029 \text{ m} = 2,9 \text{ cm}}}$$

Aufgabe 17

Gegeben : $s_0 = 25 \text{ cm}$; $D = 24 \text{ dpt}$

Gesucht : v

$$v = \frac{s_0}{f} = D \cdot s_0$$

$$\underline{\underline{v = 6}}$$

Aufgabe 18**Gegeben :** $g + b = 2,25 \text{ m}$; $D = 2,0 \text{ dpt}$ **Gesucht :** g ; b

I.) $g + b = 2,25 \text{ m}$

II.) $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

aus I.) $g = 2,25 \text{ m} - b$ in II.)

$$\Rightarrow 2 \frac{1}{m} = \frac{1}{2,25 \text{ m} - b} + \frac{1}{b} \quad \Leftrightarrow \quad b^2 - 2,25 \text{ m} \cdot b + 1,125 \text{ m}^2 = 0$$

$$\Rightarrow b_{1/2} = \frac{2,25 \text{ m}}{2} \pm \sqrt{\frac{(2,25 \text{ m})^2}{4} - 1,125 \text{ m}^2}$$

$$\underline{\underline{b_1 = 1,5 \text{ m}}}; \quad \underline{\underline{g_1 = 0,75 \text{ m}}}$$

oder

$$\underline{\underline{b_2 = 0,75 \text{ m}}}; \quad \underline{\underline{g_2 = 1,5 \text{ m}}}$$

3 Licht als Wellenerscheinung**Aufgabe 1**

Beugung und Interferenz des Lichtes z.B. am Spalt.

Aufgabe 2

Bei der Beugung des Lichtes breitet dieses sich nicht gradlinig aus, sondern dringt auch in den geometrischen Schattenraum des Doppelspaltes ein. Nach dem Huygens'schen Prinzip sind die Punkte in den Spaltebenen Erregerzentren für Elementarwellen, die sich auf einem entfernten Schirm überlagern. Der Gangunterschied zwischen den Elementarwellen entscheidet über konstruktive oder destruktive Interferenz.

Aufgabe 3

Die Beugung an den Blenden der optischen Instrumente führt zu einer Begrenzung der Auflösung.

Aufgabe 4

Dispersion ist die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge des Lichtes.

Aufgabe 5

Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge führt bei optischen Linsen zu unterschiedlichen Brennweiten bei den Spektralfarben. Dies bewirkt farbige und unscharfe Ränder bei der Abbildung.

Aufgabe 6

Spektralfarbe ist eine Farbe aus dem sichtbaren Spektrum mit einer definierten Wellenlänge. Die Komplementärfarbe entsteht durch Ausblenden einer Spektralfarbe aus dem sichtbaren Spektrum und Vereinigung der restlichen Farben.

Aufgabe 7

Bei der subtraktiven Farbmischung entsteht die Farbe eines Gegenstandes durch die Absorption von einer oder mehreren Farben des auftreffenden Lichtes.

Aufgabe 8

Verhüllte Farben entstehen durch die Mischung von reinen Spektralfarben mit Schwarz oder Weiß.